

# 練習問題4

教科書p.18の問題1.4から以下に回答せよ

1. 次の連立1次方程式を行列を用いて表せ。また連立1次方程式の係数行列、拡大係数行列を求めよ。

$$(1) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = -1 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases}$$

2. 次の行列の方程式と同等な連立1次方程式を求めよ。

$$(2) \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. 次の列ベクトル $a$ が列ベクトル $b_1, b_2$ の1次結合で表すことができるか調べ、表されるならば1次結合で示せ。

$$(2) a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. 次の列ベクトル $a$ が列ベクトル $b_1, b_2$ の1次結合で表すことができるための $a, b$ の条件を求めよ。

$$(1) a = \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, b_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5.  $u_1, u_2, v_1, v_2, w$ は $n$ 次の列ベクトルとする。 $w$ は $v_1, v_2$ の1次結合で、また $v_1, v_2$ は $u_1, u_2$ の1次結合で各々次のように表されるとき、 $w$ を $u_1, u_2$ の1次結合で表せ。

$$w = v_1 - 3v_2, \quad \begin{cases} v_1 = 2u_1 + 3u_2 \\ v_2 = -u_1 + 4u_2 \end{cases}$$

6.  $n$ 次の列ベクトル $u_1, \dots, u_r, v_1, \dots, v_s, w$ について、 $w$ は $v_1, \dots, v_s$ の1次結合で、また $v_1, \dots, v_s$ の各ベクトルは $u_1, \dots, u_r$ の1次結合で表されるとき、 $w$ は $u_1, \dots, u_r$ の1次結合で表されることを示せ(問5の一般化)