

練習問題8

教科書p.37の問題2.4から以下に回答せよ

1. 次の行列の逆行列を求めよ

$$(1) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} -3 & -6 & 2 \\ 3 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5) \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

2. $a \neq 0$ のとき、次の行列の逆行列を求めよ

$$(1) \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & a \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 1 & 1 & -a + 1 \\ 2 & 3 & 2a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. 次の命題の成立を示せ

(1) A が正則なら A^{-1} も正則で、 $(A^{-1})^{-1} = A$

(2) A が正則なら ${}^t A$ も正則で、 $({}^t A)^{-1} = {}^t(A^{-1})$

(3) A と B が正則ならその積 AB も正則で、
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$