練習問題 1

教科書p.5問題1.1のうち、以下に回答せよ

1.
$$A=\begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 & 8 \\ 3 & -1 & 2 & -5 \\ 18 & 0 & 2 & 12 \end{bmatrix}$$
について、次の問いに答えよ.

(5) Aの転置行列${}^{\mathrm{t}}A$を求めよ。

2. (j,k)成分a_{jk}が次のように与えられる3次正方行列$A=[a_{jk}]$を具体的に書け.

(3) $a_{jk}=\delta_{jk+1}$

3. 次の行列の(j,k)成分a_{jk}をクローネッカのデルタを用いて表せ.

(1)
$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

4. 次の等式を満たすa,b,c,dを求めよ.

(2)
$$\begin{bmatrix} d & a-1 \\ b+2 & 1 \end{bmatrix} = {}^{\mathrm{t}}\begin{bmatrix} 2 & a \\ 2b & c \end{bmatrix}$$

5. 正方行列Aが${}^{\mathrm{t}}A=A$を満たすとき、Aを対称行列という. 次の行列が対称行列になるようにa,b,cを定めよ.

(1)
$$\begin{bmatrix} 1 & 2c+1 & 3 \\ a & -2 & c \\ b & a-2 & 0 \end{bmatrix}$$

6. 正方行列Aが${}^{\mathrm{t}}A=-A$を満たすとき、Aを交代行列という. ただし$A=[a_{jk}]$のとき$-\mathrm{A}=[-a_{jk}]$とする. 交代行列の対角成分は全て0であることを示せ.

7. 次の行列が交代行列になるようにa,b,c,dを定めよ.

(2)
$$\begin{bmatrix} 0 & a+1 & -1 \\ b & 3-b & d \\ 1 & c-1 & c \end{bmatrix}$$

8. 対称行列かつ交代行列である行列は零行列に限ることを示せ.

練習問題２

教科書p.10の問題1.2のうち、以下に回答せよ

1. 行列の計算を行え.

(2) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

2. 次の行列のうち積が定義される全ての組合せを求め、その積を計算せよ.

$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

3. 次の行列Aに対し、A^nを計算せよ.

(3) $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$

4. 次の行列の組は（積に対して）可換かどうか調べよ.

（1） $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$

5. 次の等式を満たすa,b,c,dを求めよ.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -2 \\ c & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ -1 & d \end{bmatrix}$$

6. $A^m = O$(零行列）であるとき

$$(E-A)(E+A+\ldots+A^{m-1})$$

を計算せよ.

7. A,Bが共にべき零行列で（積に対して）可換ならば積ABもべき零行列であることを示せ.

8. n次正方行列$A=[a_{jk}]_{n\times n}$が上三角行列であるとは$a_{jk}=0\ (j>k)$のときにいう. 上三角行列の和、差、積は上三角行列であることを示せ.

練習問題 3

教科書p.14の問題1.3に回答せよ

1. 次の行列の積を与えられた長方形分割を用いて求めよ.

$$\left[\begin{array}{cc:cc} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 1 \\ \hdashline 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]\left[\begin{array}{cc:cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ \hdashline 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

2. $[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3]$を行列の列ベクトルへの分割とするとき、列ベクトル$\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$を用いて

$$[\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2\ \boldsymbol{a}_3]\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$ を計算せよ.

3. $A = [\boldsymbol{a}_1\ \boldsymbol{a}_2]$（列ベクトル分割）、$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

のとき積ABの列ベクトル分割を求めよ.

4. A_1, B_1はm次正方行列、A_2, B_2はn次正方行列とする. A_1, B_1とA_2, B_2がそれぞれ積について可換であるなら

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & O \\ O & A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 & O \\ O & B_2 \end{bmatrix}$$

は可換であることを示せ.

5. Aが$m \times n$行列であるとき、

$$\begin{bmatrix} E_m & A \\ O & E_n \end{bmatrix}^k$$

を求めよ.

練習問題4

教科書p.18の問題1.4から以下に回答せよ

1. 次の連立1次方程式を行列を用いて表せ。また連立1次方方程式の係数行列、拡大係数行列を求めよ。

$$(1)\begin{cases} 2x_1+3x_2 &= -1 \\ x_1-x_2 &= 2 \end{cases}$$

2. 次の行列の方程式と同等な連立1次方程式を求めよ。

$$(2)\begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. 次の列ベクトル$\boldsymbol{a}$が列ベクトル$\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2$の1次結合で表すことができるか調べ、表されるならば1次結合で示せ。

$$(2)\ \boldsymbol{a}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},\boldsymbol{b}_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix},\boldsymbol{b}_2=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. 次の列ベクトル$\boldsymbol{a}$が列ベクトル$\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2$の1次結合で表すことができるための$a,b$の条件を求めよ。

$$(1)\ \boldsymbol{a}=\begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix},\boldsymbol{b}_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},\boldsymbol{b}_2=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

5. $\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{w}$は$n$次の列ベクトルとする。$\boldsymbol{w}$は$\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$の1次結合で、また$\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2$は$\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2$の1次結合で各々次のように表されるとき、$\boldsymbol{w}$を$\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2$の1次結合で表せ。

$$\boldsymbol{w}=\boldsymbol{v}_1-3\boldsymbol{v}_2,\quad \begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{u}_1+3\boldsymbol{u}_2 \\ \boldsymbol{v}_2 = -\boldsymbol{u}_1+4\boldsymbol{u}_2 \end{cases}$$

6. n次の列ベクトル$\boldsymbol{u}_1,..,\boldsymbol{u}_r,\boldsymbol{v}_1,...,\boldsymbol{v}_s,\boldsymbol{w}$について、$\boldsymbol{w}$は$\boldsymbol{v}_1,...,\boldsymbol{v}_s$の1次結合で、また$\boldsymbol{v}_1,...,\boldsymbol{v}_s$の各ベクトルは$\boldsymbol{u}_1,...,\boldsymbol{u}_r$の1次結合で表されるとき、$\boldsymbol{w}$は$\boldsymbol{u}_1,...,\boldsymbol{u}_r$の1次結合で表されることを示せ（問5の一般化）

練習問題5

教科書p.22の問題2.1から以下に回答せよ

1. 次の連立1次方程式を掃き出し法で解け。

$$(1)\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 &= -1 \\ \quad x_1 - x_2 &= 2 \end{cases}$$

$$(4)\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -2 \end{cases}$$

2. 次の連立1次方程式を拡大係数行列の基本変形を用いて解け。

$$(2)\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(3)\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

3. 本文の(I)→(V)の基本変形について、(V)→(I)と基本変形を用いて逆にたどれることを具体的に示せ。

※教科書p.19の(I)式から(II),(III),(IV),(V)式までの式変形のこと

練習問題6

教科書p.27の問題2.2から以下に回答せよ

1. 次の行列は簡約かどうか判定せよ、また簡約でないものは簡約化せよ。

$$(2)\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (4)\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5)\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (7)\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. 2次正方行列のうち、簡約なものは次のもので尽きることを確かめよ。(*はその成分が任意のもので構わないことを意味する。)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & * \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. 3次正方行列のうち、簡約なものを全て求めよ。(2のように、任意の数で構わない成分には*を用いよ。)

4. 次の行列を簡約化せよ、また各々の行列の階数を求めよ。

$$(2)\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad (5)\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(6)\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(7)\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

練習問題7

教科書p.33の問題2.3から以下に回答せよ

1. 次の連立1次方程式を解け。

(1) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -5 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix}$

(7) $\begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

2. 次の連立方程式が解を持つための条件を求めよ

(1) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ b \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$

3. 連立1次方程式(*) $Ax=b$の1つの解をx_0とする。同次形の連立1次方程式(**) $Ax=0$の解x_1に対しx_0+x_1は(*)の解であることお示せ。また、(*)の解は全てx_0+x_1と書けることを示せ。

練習問題8

教科書p.37の問題2.4から以下に回答せよ

1. 次の行列の逆行列を求めよ

(1) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$　(2) $\begin{bmatrix} -3 & -6 & 2 \\ 3 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$　(4) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

2. $a \neq 0$のとき、次の行列の逆行列を求めよ

(1) $\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & a \end{bmatrix}$　(2) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -a+1 \\ 2 & 3 & 2a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

4. 次の命題の成立を示せ

(1) Aが正則ならA^{-1}も正則で、$(A^{-1})^{-1}=A$

(2) Aが正則なら${}^{t}A$も正則で、$({}^{t}A)^{-1}={}^{t}(A^{-1})$

(3) AとBが正則ならその積ABも正則で、
$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

練習問題9

教科書p.48の問題3.2から以下に回答せよ

1. 次の2次、3次の行列の行列式をSarrasの方法を用いて求めよ

(2) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 7 & 1 & 6 \end{bmatrix}$

2. 次の行列式の値を求めよ

(1) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 7 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 2 & -4 & -5 & 3 \\ -6 & 13 & 14 & 1 \\ 1 & -2 & -2 & -8 \\ 2 & -5 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(7) $\begin{bmatrix} 99 & 100 & 101 \\ 100 & 99 & 100 \\ 101 & 101 & 99 \end{bmatrix}$

2.（つづき）

(8) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 13 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -6 & 1 & 2 & 2 \\ 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

(9) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

(10) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$

練習問題10

教科書p.42の問題3.1から以下に回答せよ

1. 次の置換の積を計算せよ

(1) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$

(3) $(1\ 3)(2\ 3)(2\ 4)$

2. 次の置換を巡回置換の積に分解せよ

(1) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7\\ 4 & 7 & 6 & 5 & 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$

3. 次の置換を互換の積に分解せよ

(1) $(1\ \ 3\ \ 6\ \ 4)$

(2) $(1\ \ 2\ \ 5\ \ 3\ \ 4)$

(4) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7\\ 3 & 7 & 4 & 1 & 2 & 5 & 6\end{pmatrix}$

4. S_4の元を全て求め、偶置換と奇置換に分けて示せ

練習問題11

教科書p.53の問題3.3から以下に回答せよ

1. 次の行列の行列式の値を求めよ

(1) $\begin{bmatrix} 5 & -3 & 14 \\ -5 & 6 & 7 \\ 10 & 3 & -7 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 2 & 16 & 3 \\ 4 & 8 & -6 \\ 8 & 8 & 12 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 5 & 4 & 7 & 9 \\ -1 & 3 & 9 & -2 \\ 1 & -3 & -8 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 11 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & 2 & 6 \\ -3 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ (6) $\begin{bmatrix} -1 & -4 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 & -2 \\ 7 & 9 & 4 & 2 \\ -9 & 7 & -3 & 6 \end{bmatrix}$

(7) $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & 0 & 9 & 1 \\ 0 & 0 & 7 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$ (8) $\begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 0 & 9 & 3 \\ 3 & 6 & 7 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3. 定理3.3.3（教科書p.50）を証明せよ

①1つの列をc倍すると行列式はc倍になる。
②1つの列が2つの列ベクトルの和である行列の行列式は、他の列は同じでその列に各々の列ベクトルをとった行列の行列式の和となる。
③2つの列を入れ替えると行列式は-1倍になる。
④2つの列が等しい行列式の行列式は0である。
⑤1つの列に他の列の何倍かを加えても行列式は変わらない。

※行の基本変形による行列式の変化と、行の分割（和）に対する行列式の配分について、[行]を[列]に替えて述べたものです。
$\det {}^t A = \det A$を使ってしまうと自明とも言えます。

練習問題12

教科書p.59の問題3.4から以下に回答せよ

1. 次の行列式の余因子行列を求めよ、
またそれを用いて逆行列を求めよ。

$$(1)\ \begin{bmatrix}1 & -2 & 2\\ 4 & 1 & -1\\ 2 & -1 & 3\end{bmatrix} \quad (3)\ \begin{bmatrix}1 & 1 & -2\\ -1 & 0 & 3\\ 3 & -2 & 5\end{bmatrix}$$

$$(5)\ \begin{bmatrix}x-2 & 1 & 1\\ 0 & 2x-1 & x-1\\ -2 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

2. 次の連立1次方程式をクラーメルの公式を用いて解け。

$$(2)\ \begin{bmatrix}2 & -1 & -1\\ 3 & 1 & 5\\ 1 & 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\ 5\\ 2\end{bmatrix}$$

3. 次の行列の行列式の与えられた行または列に関する余因子展開を書け。

$$(2)\ \begin{bmatrix}1 & x & -1\\ 3 & y & 2\\ 2 & z & 1\end{bmatrix} \qquad \text{(第2列)}$$

5. Aがn次正方行列で、A'がAの余因子行列ならば、

$$\det(A')=\det(A)^{n-1}$$

であることを示せ。

練習問題13

教科書p.62の問題3.5から以下に回答せよ

1. 次の行列式の値を求めよ。

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 3^2 & 2^2 & 5^2 & 7^2 \\ 3^3 & 2^3 & 5^3 & 7^3 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 2^3 & 1 & 2^2 & 2 \\ -3^3 & 1 & 3^2 & -3 \\ 7^3 & 1 & 7^2 & 7 \\ 5^3 & 1 & 5^2 & 5 \end{bmatrix}$

2. 次の等式を示せ。

(1) $\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & a & a & a \\ x & y & b & b \\ x & y & z & c \end{bmatrix} = -(x-a)(y-b)(z-c)$