

以下の3問は2006年度数理計画法の期末試験問題です。
これを2007年度数理計画法の14回目の授業において演習
問題として扱います。
14回目の授業実施までに解いておき、授業時間中の解説に
備えてください。

第1問: 次の最適化問題について述べよ。

- A・B、2成分の混合で製造される薬品1と2の混合比は、薬品1がA:B=1:1、薬品2が1:3である。また製造・販売による利益は1kgあたりで薬品1、2ともに5万円である。原材料の供給量がAで1日2kg、Bで1日3kgに制限されている場合に利益を最大にする2製品の1日あたり生産量は？
1. 最適化問題に対応する線形計画問題を定め、不等式標準形を示せ。
 2. 線形計画問題の最適解を求め、最適解・最適値をその解法の説明とともに示せ。
 3. 2製品の販売単位が200gと制限された場合、制限が無い場合と比較して最適解に変化があるか、その有無を理由とともに述べよ。

※ 2種の薬品はどちらもA・Bを混合しただけのものであり、また混合による反応で重量の変化などは起こらないものとする。

第2問: 次の線形計画問題を単体法を用いて解くことを考える。

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & x_1 + 2x_2 \\ \text{subject to} & x_1 + x_2 \geq 4, 2x_1 - x_2 \leq 2, 0 \leq x_1 \leq 3, x_2 \geq 0 \end{array}$$

1. 最大化問題の不等式標準形を導き、その実行可能領域を図示せよ。
2. 等式標準形を求め、単体法を用いて、その最適解、目的関数の最大値を求めよ。
3. 単体法の各段階において辿った端点をその順序が分かるように1の図中に示せ。

第3問: 次の線形計画問題を主問題とし、その双対問題について答えよ。

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & z = 3x_1 + 4x_2 \\ \text{subject to} & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

1. 双対問題を示し、その最適解と目的関数の最適値を求めよ。
2. 双対定理を説明し、先に示した主・双対問題の解が定理を満していることを示せ。