

教科書・参考書

- 教科書:田村明久・村松正和「最適化法」
(共立出版, 2002年, 定価2900円+税)
 - 1章,2章を教科書に用いる. 10月1日から生協に入荷済
- 参考書:金谷健一「これなら分かる最適化数学」
共立出版、2005年、
- 参考書:伊理正夫「線形計画法」
共立出版、1986年、
- 参考書:今野浩「カーマーカー特許とソフトウェア
:数学は特許になるか」
中央公論社、1995年、

数理計画法

第1回: 数理計画問題・線形計画問題とは何か

数理計画法 = 数理計画問題 - 問題 + 法

線形計画法 = 線形計画問題 - 問題 + 法

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & z = f(x_1, \dots, x_n) \\ \text{subject to} & g(x_1, \dots, x_n) = 0, \quad (x_1, \dots, x_n)^T \in X \end{array}$$

与えられた制約式のもとである関数を最大化する問題

線形計画問題 \subset 数理計画問題 \subset 最適化問題

数理計画法による目的達成の手順

1. 問題発見

操作できるものは何か(変数と制約式)

得られた結果をどう評価するのか(目的関数)

2. モデル化

同じ問題でもモデル化の方法は多様

違う問題でも類似数理モデルに共通の方法が使える

3. 数理計画法

問題の種類に応じた方法、効率の良い方法、コストの低い方法、手間の多い方法…

4. 目的達成

最適解を実行することはできるのか、
得られる結果は目的に合ったものか、

数理モデル作成の例

ミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題: 利益を最大化する2種類のミックス
ジュースの生産量は?

変数 : 生産量 トロピカルミックス x_1
フレッシュミックス x_2

制約式 : 供給量 マンゴー液 $3x_1 + 1x_2 \leq 45$
オレンジ液 $x_1 + 2x_2 \leq 40$

目的関数: 利益 $600x_1 + 500x_2$

負の生産量が無いことに注意

数理計画問題の表現と用語

maximize

$$600x_1 + 500x_2$$

subject to

$$3x_1 + 1x_2 \leq 45$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

最大化(minimize:最小化)

目的関数(objective func.)

制約式(constraints)

最適解(optimal solution) 目的関数の最大値を与える解

※大域的/局所的最適解: あとで、

最適値(optimal value) 最適解をとる目的関数の値

実行可能解(feasible solution) 制約式を満たす解

実行可能領域(feasible region) 実行可能解の集合

数理計画問題の表現と分類

- 変数の性質による分類
 - 連続型：(実数)
 - 離散型：(整数)
- 条件(制約式、目的関数)の性質による分類
線形、非線形、微分可・不可、連続、不連続、
区分線形…

授業で扱うのは、
連続変数による線形関数の数理計画問題

→線形計画問題

線形計画問題と素朴な解法

ミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題:利益を最大化する2種類のミックスジュースの生産量は?

maximize

$$600x_1 + 500x_2$$

subject to

$$3x_1 + 1x_2 \leq 45$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

変数:生産量

トロピカルミックス x_1

フレッシュミックス x_2

目的関数も制約式も全て
1次関数であり線形

グラフを利用した解法

maximize

$$600x_1 + 500x_2$$

subject to

$$3x_1 + 1x_2 \leq 45$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

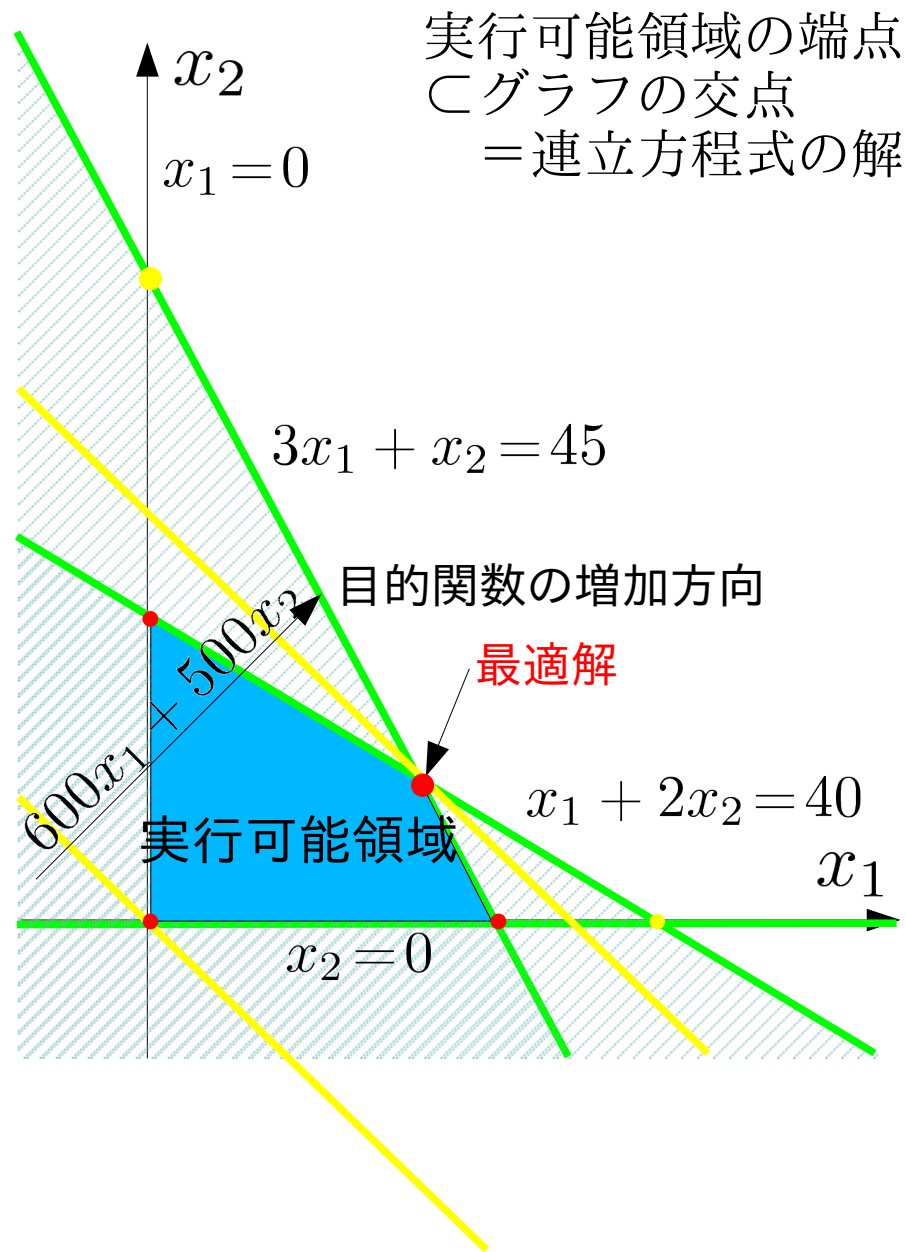
制約式に対応する方程式

$$3x_1 + 1x_2 = 45$$

$$x_1 + 2x_2 = 40$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$



グラフの交点を総当たりする解法

maximize

$$600x_1 + 500x_2$$

subject to

$$3x_1 + 1x_2 \leq 45$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

制約式に対応する方程式

$$\textcircled{1} \quad 3x_1 + 1x_2 = 45$$

$$\textcircled{2} \quad x_1 + 2x_2 = 40$$

$$\textcircled{3} \quad x_1 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad x_2 = 0$$

方程式	x_1	x_2	目的関数値	実行可能?
$\textcircled{1}\textcircled{2}$	10	15	¥3,500	○
$\textcircled{1}\textcircled{3}$	0	45		×
$\textcircled{1}\textcircled{4}$	15	0	¥0,000	○
$\textcircled{2}\textcircled{3}$	0	20	¥0,000	○
$\textcircled{2}\textcircled{4}$	40	0		×
$\textcircled{3}\textcircled{4}$	0	0	¥0	○

1. 制約式に対応する方程式を書き出す
2. 全組合せの連立方程式で交点を求める
3. 交点の実行可能領域にあることを確認する
4. 実行可能な交点での最大の目的関数値を探す

見つかった交点が最適解

線形計画問題の素朴な解法

グラフを用いた解法

- 2~3変数までの問題に適用可能
3変数の問題ではグラフは3次元
実行可能領域は多面体
現実社会の問題は数十~数百万変数
- 計算機アルゴリズムとして構成し難い

交点を総当たりする解法

- 多変数の問題に適用可能
n変数の問題でn元連立方程式を問いて交点を求める
機械的に交点を計算するアルゴリズムが考えられる
- 交点の実行可能性を調べる手間がある
- 変数が増えると無駄な交点計算が増える

次回：線形計画問題の標準形

次々回：単体法

演習問題

A4用紙を横に使って、左上に名前・学年・学籍番号を記入

コーヒードリンク生産に必要な原材料と利益

原材料	珈琲飲料(100g中)	珈琲牛乳(100g中)	最大供給量
珈琲原液	15g	11g	1650kg/日
ミルク	10g	14g	1400kg/日
ガムシロップ	9g	20g	1800kg/日
利益	5円	4円	

問題:利益を最大化する珈琲飲料・珈琲牛乳の1日当り生産量は?

上記の最適化問題について、

課題1: maximize ... subject to ... の形式で
線形計画問題を表現しなさい。

課題2: グラフを用いる解法・交点を総当たりする解法
で最適解を求めなさい。

課題3: 授業の感想・意見があれば書いてください。

次回の予定と授業資料

- 次回：線形計画問題の標準形
今回の内容と演習課題の復習から始めます。
- ウェブサイトで授業資料を配布します。

<http://comp.cs.ehime-u.ac.jp/mathpro/>

注意：まだ第1回の資料しかありません。

明日には次回資料もダウンロードできます。
必ず予習をしてください。