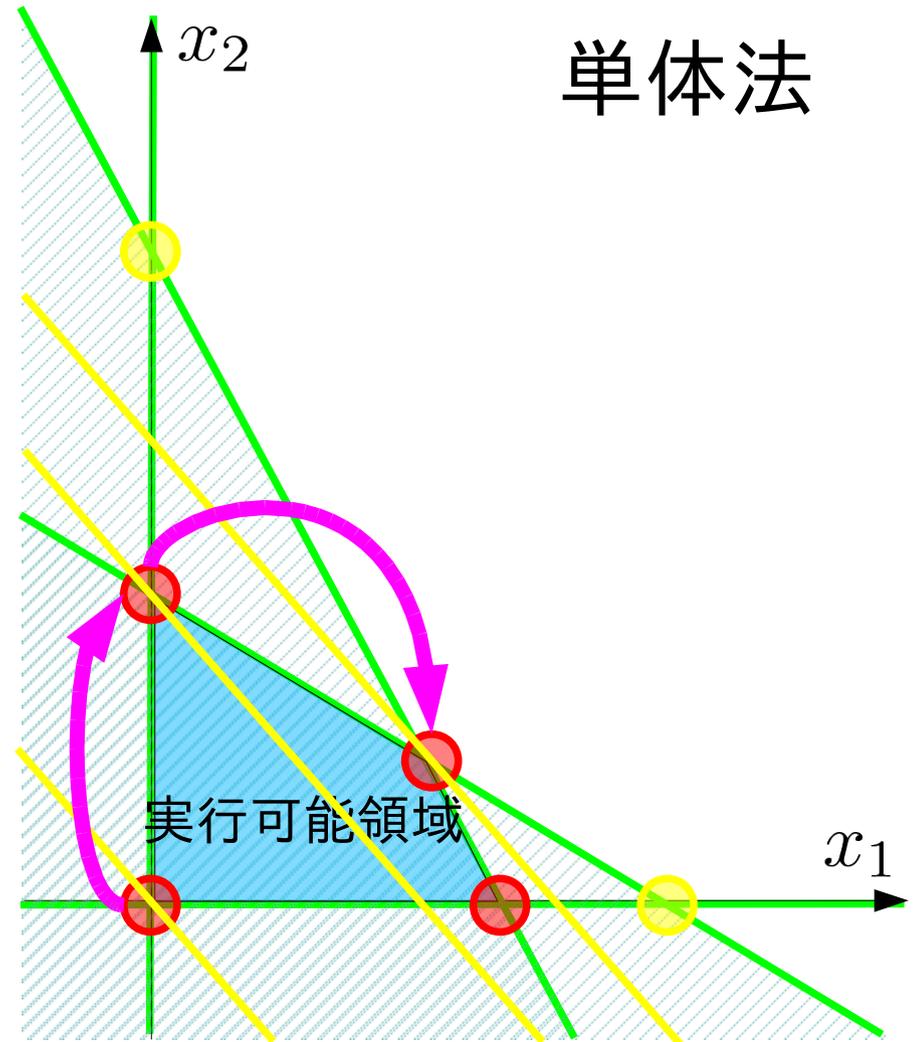
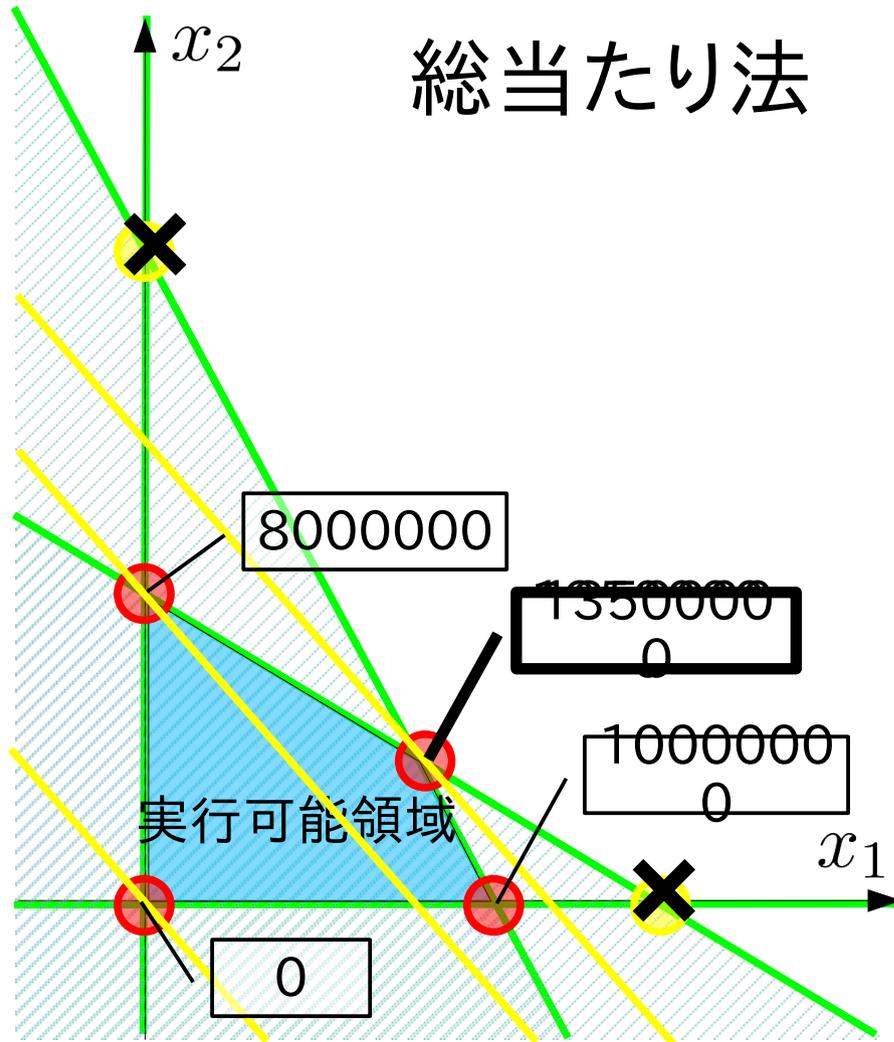


数理計画法

第4回:単体法の実践

復習: 単体法



復習：演習問題

コーヒードリンクの生産に必要な原料とその利益

原材料	珈琲飲料(100g中)	珈琲牛乳(100g中)	最大供給量
珈琲原液	15g	11g	1650kg/日
ミルク	10g	14g	1400kg/日
ガムシロップ	9g	20g	1800kg/日
利益	5円	4円	

最大の利益を与えるコーヒードリンクの生産量は？

1. 課題1 (simplex表にもとづく)単体法を用いて最適解を求めなさい
2. グラフを描き、1で辿った端点の経路を示しなさい

コーヒードリンクの生産に必要な原料とその利益

原材料	珈琲飲料(100g中)	珈琲牛乳(100g中)	最大供給量
珈琲原液	15g	11g	1650kg/日
ミルク	10g	14g	1400kg/日
ガムシロップ	9g	20g	1800kg/日
利益	5円	4円	

変数の定義を決める

$x_1 \times 100[\text{g}]$ $x_2 \times 100[\text{g}]$ 珈琲飲料、珈琲牛乳の生産量

問題に対応する標準形を書き出す

不等式標準形

minimize

$$z = -5x_1 - 4x_2$$

subject to

$$15x_1 + 11x_2 \leq 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 \leq 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 \leq 1800000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

等式標準形

minimize

$$z = -5x_1 - 4x_2$$

subject to

$$15x_1 + 11x_2 + x_3 = 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 + x_4 = 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 + x_5 = 1800000$$

$$z + 5x_1 + 4x_2 = 0$$

$$z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

等式標準形

minimize

$$z = -5x_1 - 4x_2$$

subjecto to

$$15x_1 + 11x_2 + x_3 = 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 + x_4 = 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 + x_5 = 1800000$$

$$z + 5x_1 + 4x_2 = 0$$

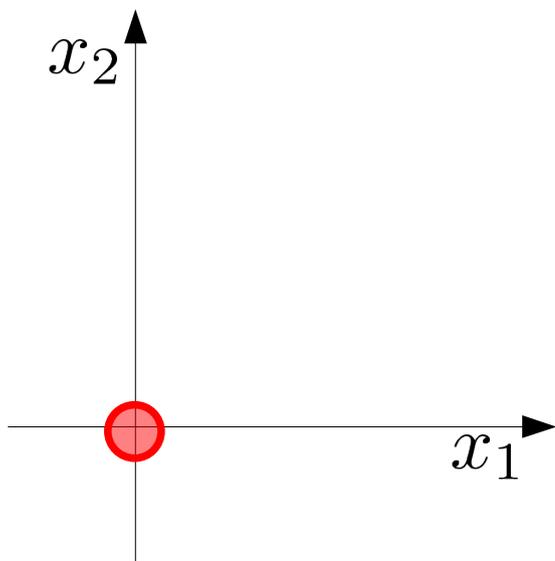
$$z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

等式標準形をもとにして、最初の simplex 表を作る

Z	X1	X2	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

simplex表の操作により単体法を実行する。

Z	基	X1	非	X2	非	X3	基	X4	基	X5	基	定数	最大増加量
		15		11		1						1650000	
		10		14				1				1400000	
		9		20						1		1800000	
	1	5		4								0	



非基底変数なのでゼロ

$$\begin{aligned}
 15x_1 + 11x_2 + x_3 &= 1650000 \\
 10x_1 + 14x_2 + x_4 &= 1400000 \\
 9x_1 + 20x_2 + x_5 &= 1800000 \\
 z + 5x_1 + 4x_2 &= 0
 \end{aligned}$$

$(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$
 $= (0, 0, 0, 1650000, 1400000, 1800000)$

基底変数と非基底変数の交換候補を決める

Z	X1	X2	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	1	1			1650000	$/15 = 110000$
	10	14			1	1400000	$/10 = 140000$
	9	20			1	1800000	$/9 = 200000$
1	5	4				0	

② 非基底変数 → 基底変数

④ 基底変数 → 非基底変数

① ↓の1により係数5を持つX1を選ぶ

③ 増加量を計算し、↓の2により一番小さい110000を選ぶ

1. 交換により目的関数が改善(減少)する。

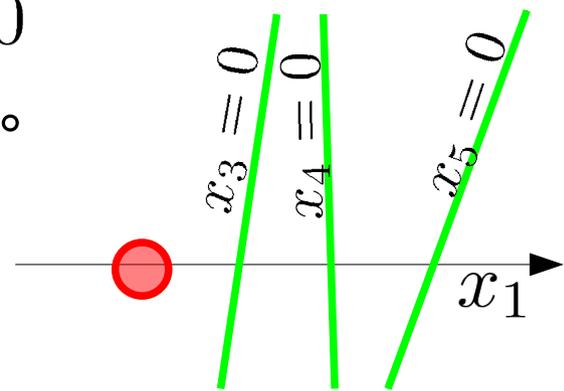
$$z = 0 \rightarrow z + 5x_1 = 0 \text{ or } z + 4x_2 = 0$$

- 係数が正ならば目的関数は改善(減少)する。

2. 交換後も非負条件を満す。

$$x_3 = 1650000 \rightarrow 15x_1 = 1650000$$

- 定数項を係数で割り最大増加量を求める。
- 最小の最大増加量を与える非基底変数を選ぶ。



交換後の連立方程式を解く^①

X1を求めるためこの行の係数を15で割る

Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
$\times \frac{1}{15}$	15	11	1			1650000	$/15 = 110000$
	1	$11/15$	$1/15$			110000	
$-\times 10$	10	14			1	1400000	$/10 = 140000$
	0	$20/3$	$-2/3$			300000	
$-\times 9$	9	20				1800000	$/9 = 200000$
	0	$67/5$	$-3/5$			810000	
	1	5	4				0
	0	$1/3$	$-1/3$			-550000	

②

X4, X5, Zを求め
るため
に、X1
係数が
ゼロに
なるよ
うに最
初の
行の
係数倍
を引く

基底変数に関する連立方程式を解き基本解を得る

$$15x_1 + 11x_2 + x_3 = 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 + x_4 = 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 + x_5 = 1800000$$

$$z + 5x_1 + 4x_2 = 0$$

定数欄に現われた基本解は非負条件を満す

$$(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

$$= (-550000, 110000, 0, 0, 300000, 810000)$$



表を更新する

Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
$\times \frac{1}{15}$	1	11/15	1/15			1650000 110000	/15 = 110000
$-\times 10$	0	20/3	-2/3	1		1400000 300000	/10 = 140000
$-\times 9$	0	67/5	-3/5		1	1800000 810000	/9 = 200000
$-\times 5$	1	1/3	-1/3			0 -550000	

Z	X1	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
	1	11/15	1/15			110000	
		20/3	-2/3	1		300000	
		67/5	-3/5		1	810000	
1		1/3	-1/3			-550000	

新しい表で基底変数・非基底変数の交換を続ける

	Z	X1	X2 *	X3 非	X4 非	X5	定数	最大増加量
$-\times \frac{11}{15}$	③		1	11/15	1/15		110000	/(11/15) = 150000
$\times \frac{3}{20}$			0	7/50	100		77000	150000
				20/3	2/3		300000	/(20/3) = 45000
			1	-1/10	3/20		45000	45000
$-\times \frac{67}{5}$				67/5	3/5		810000	/(67/5) = 60447....
			0	-37/50	100		207000	60447....
$-\times \frac{1}{3}$		1		1/3	1/3		550000	
			0	-9/30	20		-565000	② 最小の増加量

新基底変数を求める

最大の正係数 ①

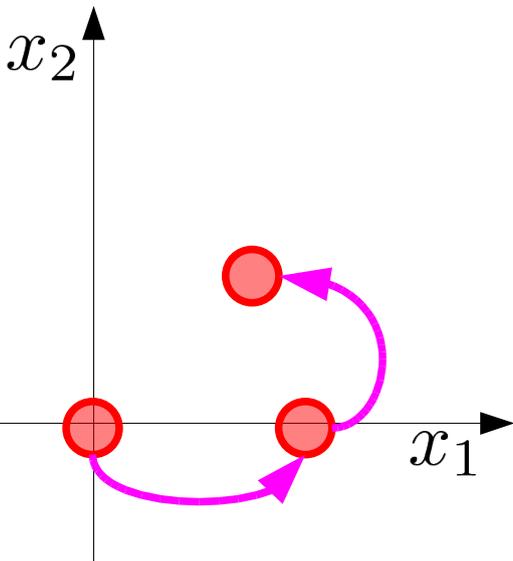
④ 連立方程式を解く

残りの基底変数を求める

$$(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

$$= (-565000, 77000, 45000, 0, 0, 207000)$$

これ以上改善できないので、この時の基本解が最適解になる。



単体法のまとめ

- 最も基本的な単体法による解法

- 1.等式標準形を作り、係数を用いて simplex表を作る。

- 2.slack変数surplus変数から基底変数を選ぶ

- 3.残りの変数を非基底変数とし、以下を繰り返す

- 1.次の条件を満たす基底変数・非基底変数の交換を行う
目的関数が改善(減少)する
交換後に基本解が非負条件を満たす

- 2.基底変数の連立方程式を解き基本解を求める

- 4.改善ができなくなったら終了し、その時点の基本解を最適解とする

- 問題点

- 最初の実行可能解を決める方法が欠けている

- 最適解ではないのに目的関数が改善されない場合がある

- 変数選択の候補を限定できない

演習問題4

解答用紙左上に名前・学年・学籍番号を記入

ミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題:利益を最大化するミックスジュースの生産量は?

課題1: simplex 表による単体法を用いて最適解を求めなさい。

課題2: グラフを描き、課題1で辿った端点の経路を示しなさい。