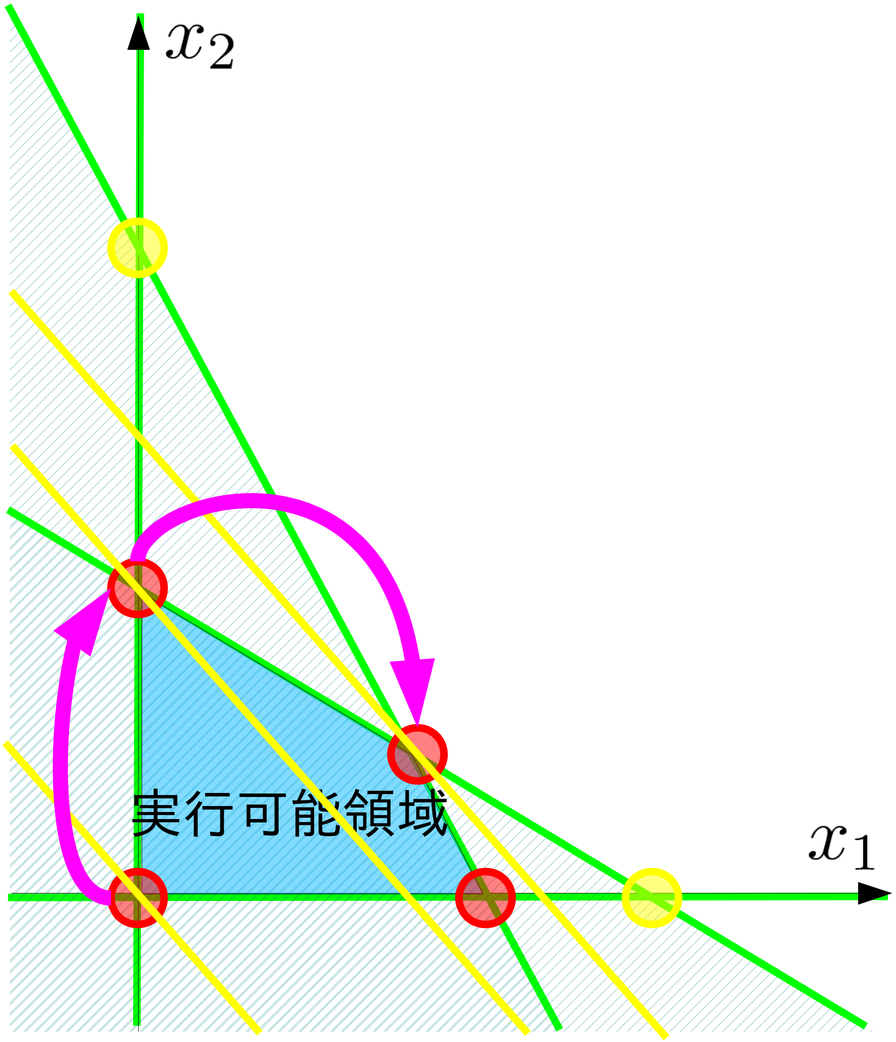
数理計画法

第5回：単体法の2段解法
（初期基本解の決定方法）

復習:単体法



1. 実行可能領域の端点を1つ見つけ出発点とする
2. 目的関数を改善する隣の端点を実行可能領域から見つけ、次の点とする
3. 端点の改善を繰り返し、それ以上の改善を望めない端点を見つける
4. 辿りついた端点を最適解とする

復習:演習問題4
解答用紙左上に名前･学年･学籍番号を記入

5Lのミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題:利益を最大化するミックスジュースの生産量は?

課題1: simplex 表による単体法を用いて最適解を求めなさい。

課題2: グラフを描き、課題1で辿った端点の経路を示しなさい。

課題3:授業の感想･意見があれば書いてください

復習:演習問題4
解答用紙左上に名前·学年·学籍番号を記入

5Lのミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題:利益を最大化するミックスジュースの生産量は?

トロピカル: $x_1 \times 5[\mathrm{L}]$
フレッシュ: $x_2 \times 5[\mathrm{L}]$

maximize

$$600x_1 + 500x_2$$

subject to

$$3x_1 + x_2 \leq 45 \times 10^3$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 40 \times 10^3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

る単体法を

果題1で辿っ

見があれば

等式標準形

minimize

$$z(= -600x_1 - 500x_2)$$

subject to

$$3x_1 + \ \ x_2 + x_3 = 45 \times 10^3$$
$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 40 \times 10^3$$
$$z + 600x_1 + 500x_2 = 0$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

復習:単体法

- 等式標準形に対応する simplex 表を準備する

等式標準形

minimize

$$z(= -600x_1 - 500x_2)$$

subject to

$$3x_1 + \ x_2 + x_3 = 45 \times 10^3$$
$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 40 \times 10^3$$
$$z + 600x_1 + 500x_2 = 0$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

- simplex 表

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

復習:単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned} 3x_1 \quad + x_2 + x_3 \quad &= 45\times10^3 \\ x_1 \quad + 2x_2 \quad + x_4 &= 40\times10^3 \\ z + 600x_1 + 500x_2 \quad &= 0 \end{aligned}$$

復習:単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$
\begin{aligned}
3x_1 \quad +x_2 \qquad\qquad &= 45\times10^3 \\
x_1 \quad +2x_2 \qquad\qquad &= 40\times10^3 \\
z+600x_1+500x_2 \qquad\qquad &= 0
\end{aligned}
$$

復習:単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$
\begin{aligned}
3x_1 \qquad\qquad &= 45\times10^3\\
x_1 \qquad\quad +x_4 &= 40\times10^3\\
z+600x_1 \qquad\qquad &= 0
\end{aligned}
$$

復習:単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$
\begin{aligned}
+x_3 \quad &= 45 \times 10^3 \\
+x_4 &= 40 \times 10^3 \\
z \quad &= 0
\end{aligned}
$$

復習:単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1 非	x_2 非	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$
\begin{aligned}
&+x_3 &&= 45\times10^3\\
&+x_4 &&= 40\times10^3\\
z& &&= 0
\end{aligned}
$$

無視した変数：非基底変数、残りの変数を基底変数

基本解として x_1, x_2 を座標軸にとった原点を考える。

→ z, x_3, x_4 を基底変数、 x_1, x_2 を非基底変数とする

$$(z, x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 0, 45\times10^3, 40\times10^3)$$

※ 基本解が実行可能(＝全ての変数が非負)であることを確認する

復習:単体法

- 実行可能領域の境界を辿り、目的関数を増加させる隣の基本解を探す

※ 隣の基本解→基底変数、非基底変数を1つずつ交換した基本解

非基底変数→基底変数とした場合に目的関数を減少させる変数を選ぶ
→目的関数の制約式において正の係数を持つ非基底変数を選ぶ

① ※ 複数の候補がある場合は?→一概には言えない
ここでは大きな係数を持つ変数を選ぶ

③

z	x_1 非	x_2 非	x_3 非	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	$/3=15\times10^3$
0	1	2	0	1	40×10^3	$/1=40\times10^3$
1	① 600	500	0	0	0	

②

※ 非基底変数となることで、基本解における変数の値は 0 となる
→その分だけ基底変数となる変数(今回は x_1)が変化する

※基底変数となる変数の変化量を求める
② →係数で定数欄の値を割り、最大変化量を求める
③ →最小の最大変化量を与える制約式に関わる変数を選ぶ
（基底変数→非基底変数とする）

復習:単体法

新しい基底変数からなる連立方程式を解き基本解を求める
→基底変数の係数が 1 となるように掃き出し操作をする

$\times 1/3$

z	x_1	x_2 非	x_3 非	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

$$
\begin{aligned}
3x_1 \quad + x_2 + x_3 \quad &= 45 \times 10^3 \\
x_1 \quad + 2x_2 \quad + x_4 &= 40 \times 10^3 \\
z + 600x_1 + 500x_2 \quad &= 0
\end{aligned}
$$

$-\times 1$

$-\times 600$

z	x_1	x_2 非	x_3 非	x_4	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

復習:単体法

新しい基底変数からなる連立方程式を解き基本解を求める
→基底変数の係数が 1 となるように掃き出し操作をする

$-\times 1$

z	x_1	x_2 非	x_3 非	x_4	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15×10³	
0	1	2	0	1	40×10³	
1	600	500	0	0	0	

$-\times 600$

z	x_1	x_2 非	x_3 非	x_4	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	
0	0	5/3	-1/3	1	25000	
1	0	300	-200	0	-9000000	

$$
\begin{aligned}
x_1 \quad + \tfrac{1}{3}x_2 \quad + \tfrac{1}{3}x_3 \quad\quad &= 15 \times 10^3 \\
+ \tfrac{5}{3}x_2 \quad - \tfrac{1}{3}x_3 + x_4 &= 25 \times 10^3 \\
z \quad + 300x_2 - 200x_3 \quad\quad &= -9 \times 10^6
\end{aligned}
$$

※ 基本解が実行可能(=全ての変数が非負)であることを確認する

復習:単体法

次の基底変数・非基底変数の交換を考える

z	x_1	x_2 ~~非~~	x_3 非	x_4 非	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	$/\frac{1}{3}=45\times10^3$
0	0	5/3	-1/3	1	25000	$/\frac{5}{3}=15\times10^3$
1	0	300	-200	0	-9000000	

正係数を持つ非基底変数は唯1つ→ x_2 を基底変数に変更

最小の最大増加量を与えるのは2段目→ x_4 を非基底変数に変更

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	
0	0	5/3	-1/3	1	25000	
1	0	300	-200	0	-9000000	

$\times3/5$

$-\times\frac{1}{3}$

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	
0	0	1	-1/5	3/5	15000	
1	0	300	-200	0	-9000000	

$-\times300$

復習:単体法

基本解を求める

$-\times\frac{1}{3}$

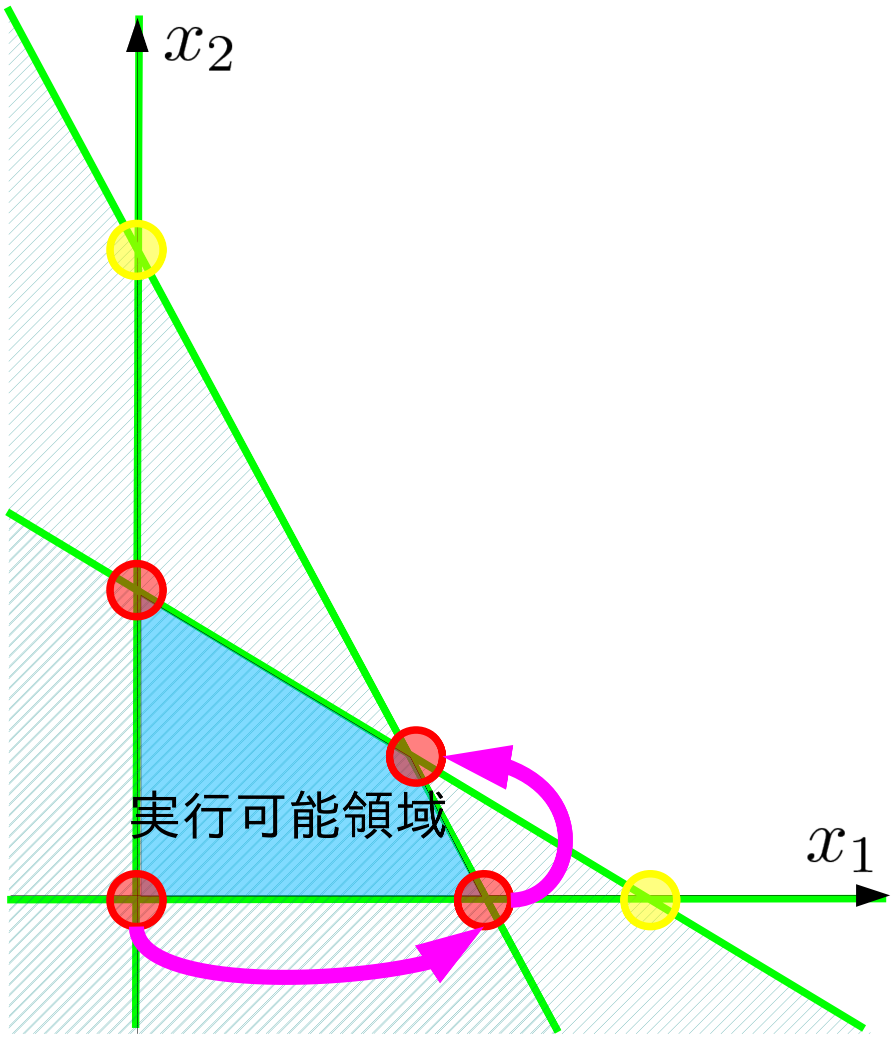
z	x_1	x_2	x_3　非	x_4　非	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	
0	0	1	-1/5	3/5	15000	
1	0	300	-200	0	-9000000	

$-\times 300$

z	x_1	x_2	x_3　非	x_4　非	定数	最大増加量
0	1	0	2/5	-1/5	10000	
0	0	1	-1/5	3/5	15000	
1	0	0	-140	-180	-13500000	

正係数を持つ非基底変数は存在しない→最適解

復習：単体法

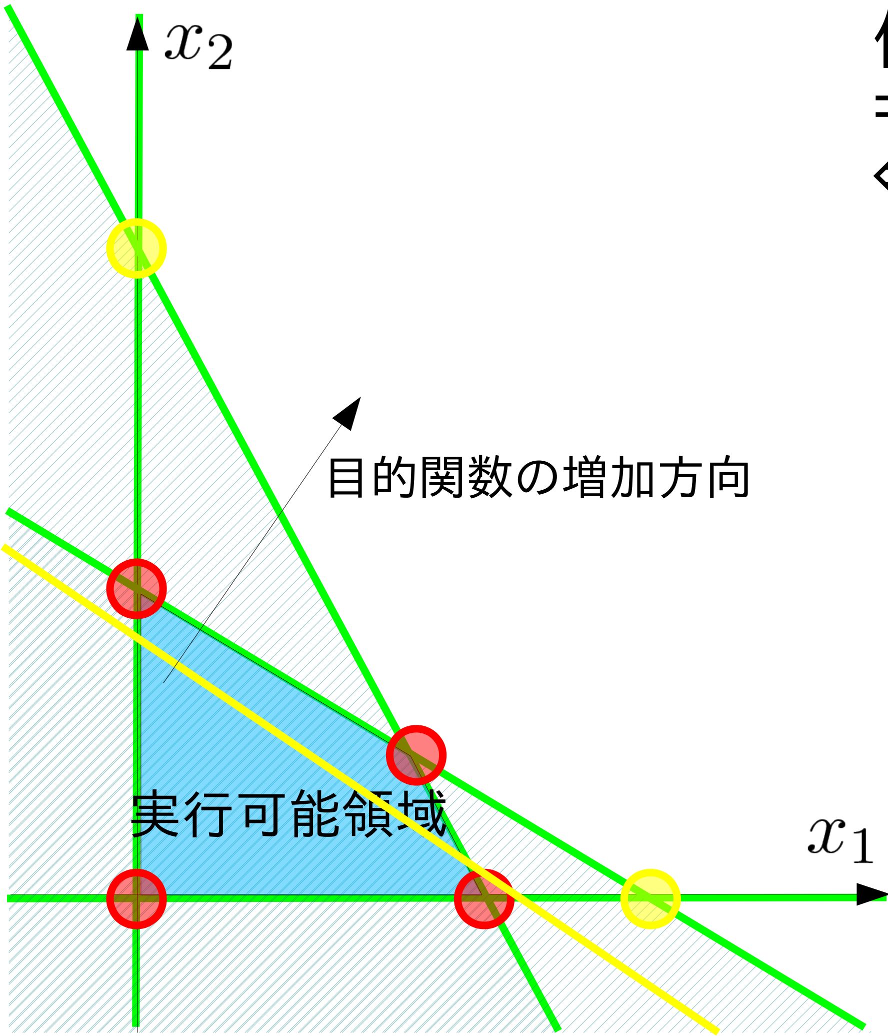


z	x_1 非	x_2 非	x_3	x_4	定数
0	3	1	1	0	45×10^3
0	1	2	0	1	40×10^3
1	600	500	0	0	0

z	x_1	x_2 非	x_3 非	x_4	定数
0	1	1/3	1/3	0	15000
0	0	5/3	-1/3	1	25000
1	0	300	-200	0	-9000000

z	x_1	x_2	x_3 非	x_4 非	定数
0	1	0	2/5	-1/5	10000
0	0	1	-1/5	3/5	15000
1	0	0	-140	-180	-13500000

初期基本解の決定法



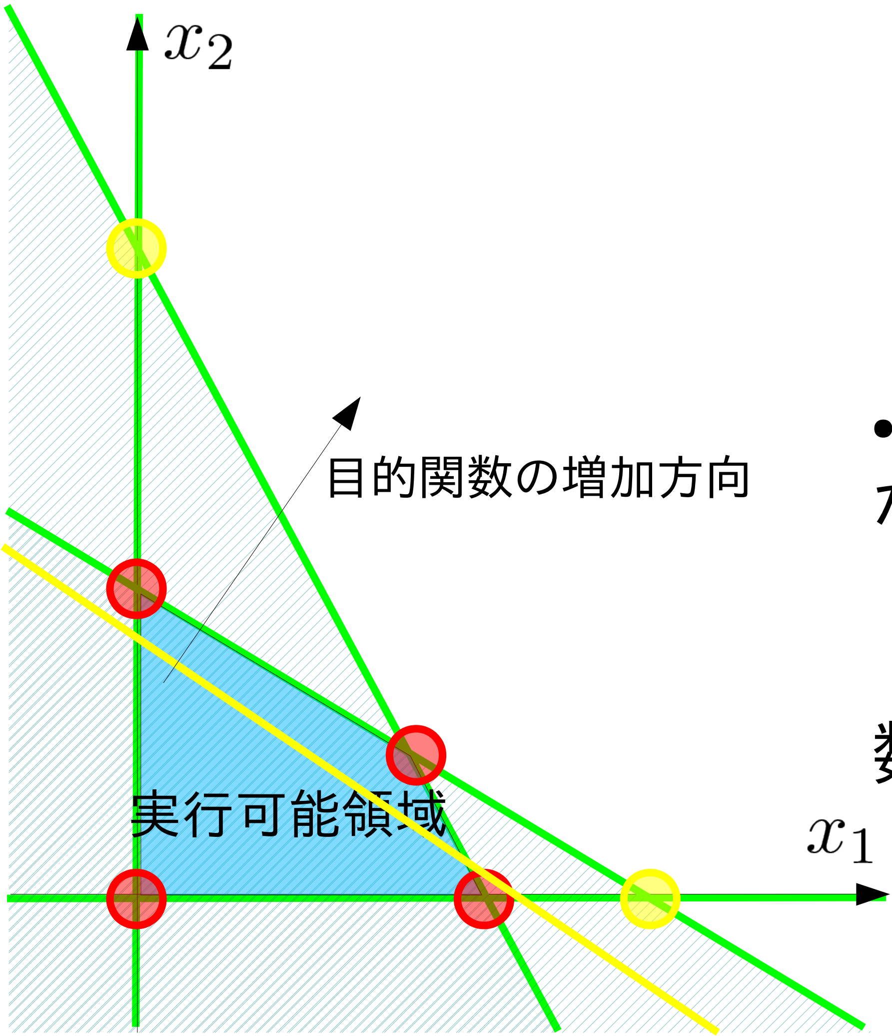
ここまでの例では原点から出発する単体法が使えた
⇒原点が実行可能領域に有る
⇔全ての変数がゼロでも制約を満たす

（不等式制約の場合）

maximize
$$600x_1 + 500x_2$$
subject to
$$3x_1 + x_2 \leq 45 \times 10^3$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 40 \times 10^3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

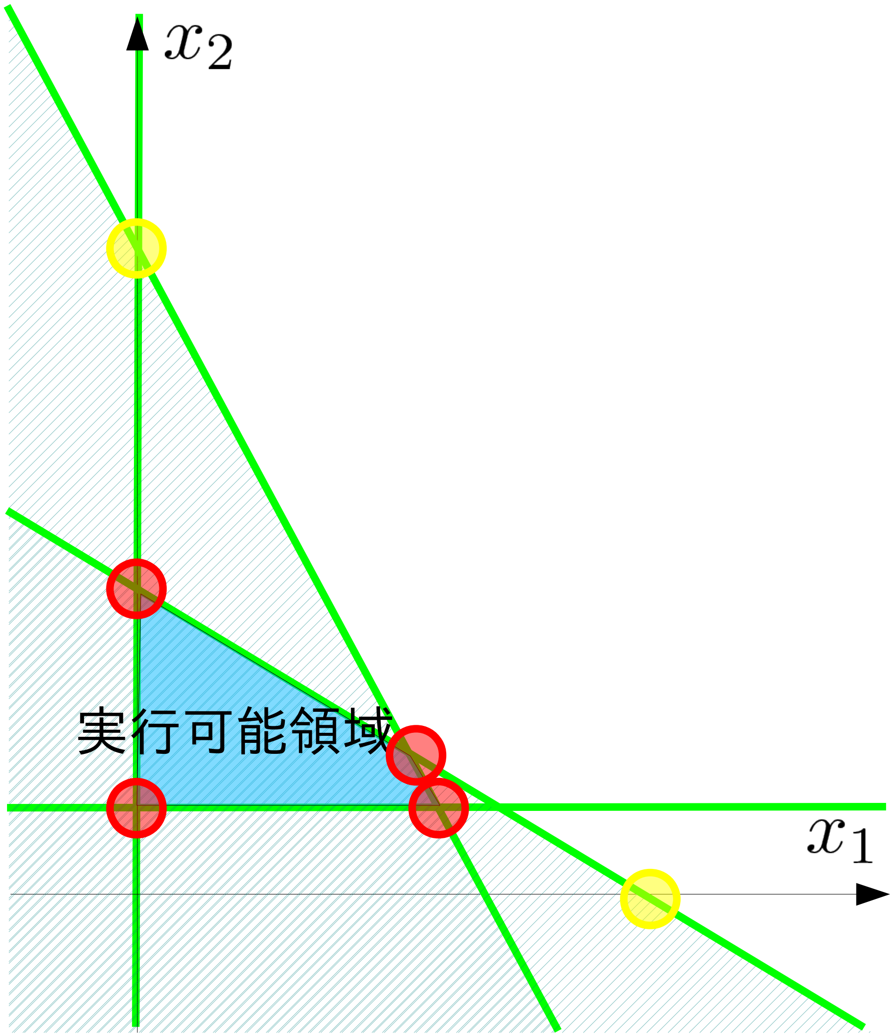
$x_1 = x_2 = 0$ でも制約式は満たされる
⇔原点は実行可能解

初期基本解の決定法



- 不等式標準形において、
  原点が実行可能領域中にある
  ためには、不等式制約
  $$a_1x_1+a_2x_2+\ldots\geqq b$$
  を $x_1=x_2=\ldots=0$ で満たす必要がある
  すなわち、定数は負になる。
- 等式標準形では、座標軸となる変数が全てゼロで制約を満たす必要がある
  $$a_1x_1+a_2x_2+\ldots+cy=b$$
  であれば、座標軸でない変数 y の係数 c と定数 b の符号が一致する。

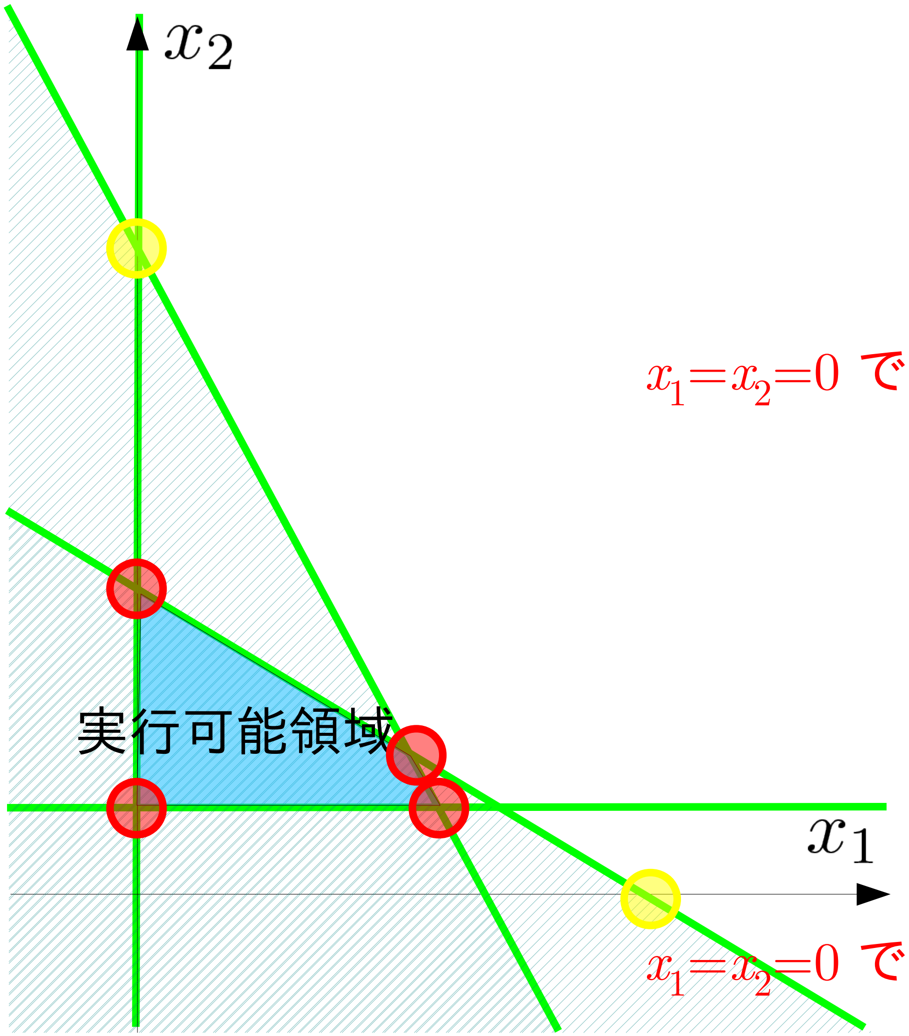
初期基本解の決定法



- 原点が実行可能領域に無い

maximize
$$600x_1 + 500x_2$$
subject to
$$3x_1 + x_2 \leq 45 \times 10^3$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 40 \times 10^3$$
$$x_2 \geq 10 \times 10^3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

初期基本解の決定法



- 不等式標準形

$x_1 = x_2 = 0$ で満たせない式

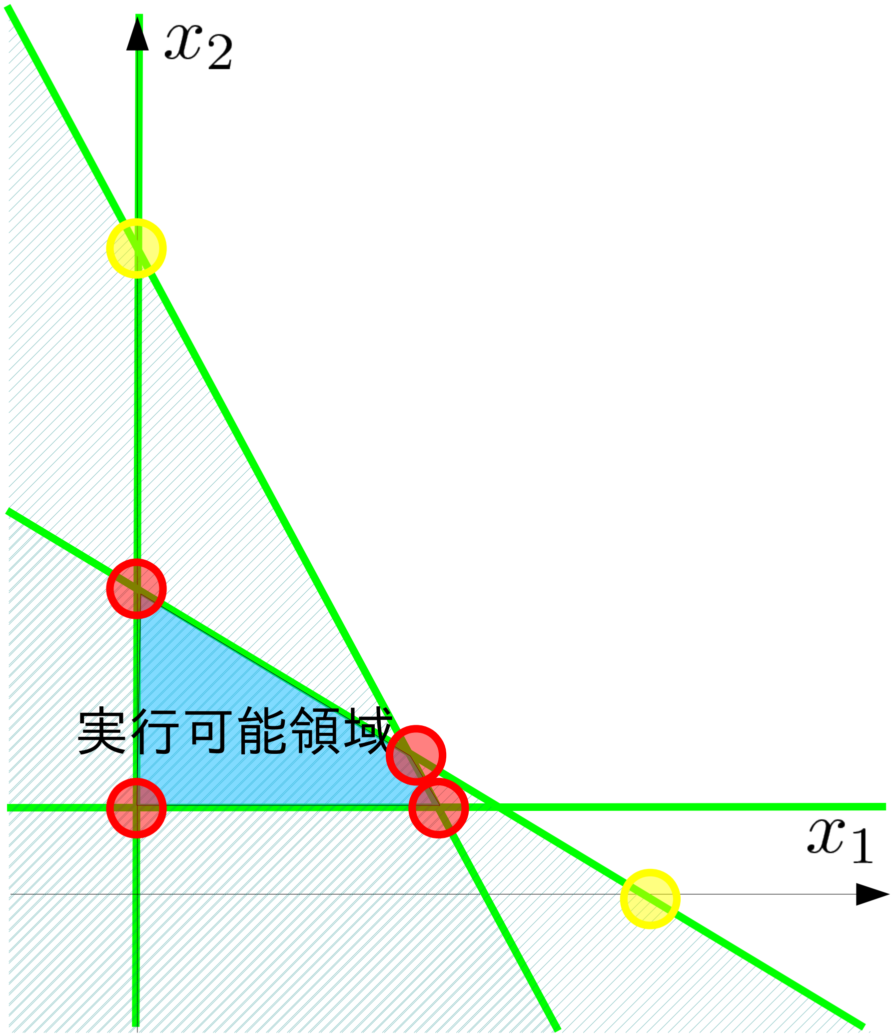
$$
\begin{aligned}
&\text{minimize} \; -600x_1 - 500x_2 \\
&\text{subject to} \\
&-3x_1 - x_2 \geq -45 \times 10^3 \\
&-x_1 - 2x_2 \geq -40 \times 10^3 \\
&\qquad\qquad x_2 \boxed{\geq} 10 \times 10^3 \\
&x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

- 等式標準形

$x_1 = x_2 = 0$ で満たせない式

$$
\begin{aligned}
&\text{minimize} \; -600x_1 - 500x_2 \\
&\text{subject to} \\
&3x_1 + x_2 + x_3 = 45 \times 10^3 \\
&x_1 + 2x_2 + x_4 = 40 \times 10^3 \\
&\qquad\qquad x_2 \boxed{-} x_5 \boxed{=} 10 \times 10^3 \\
&x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

初期基本解の決定法



•原点が実行可能領域に無い
⇒全ての変数がゼロでは満たされない制約がある

左図の例では

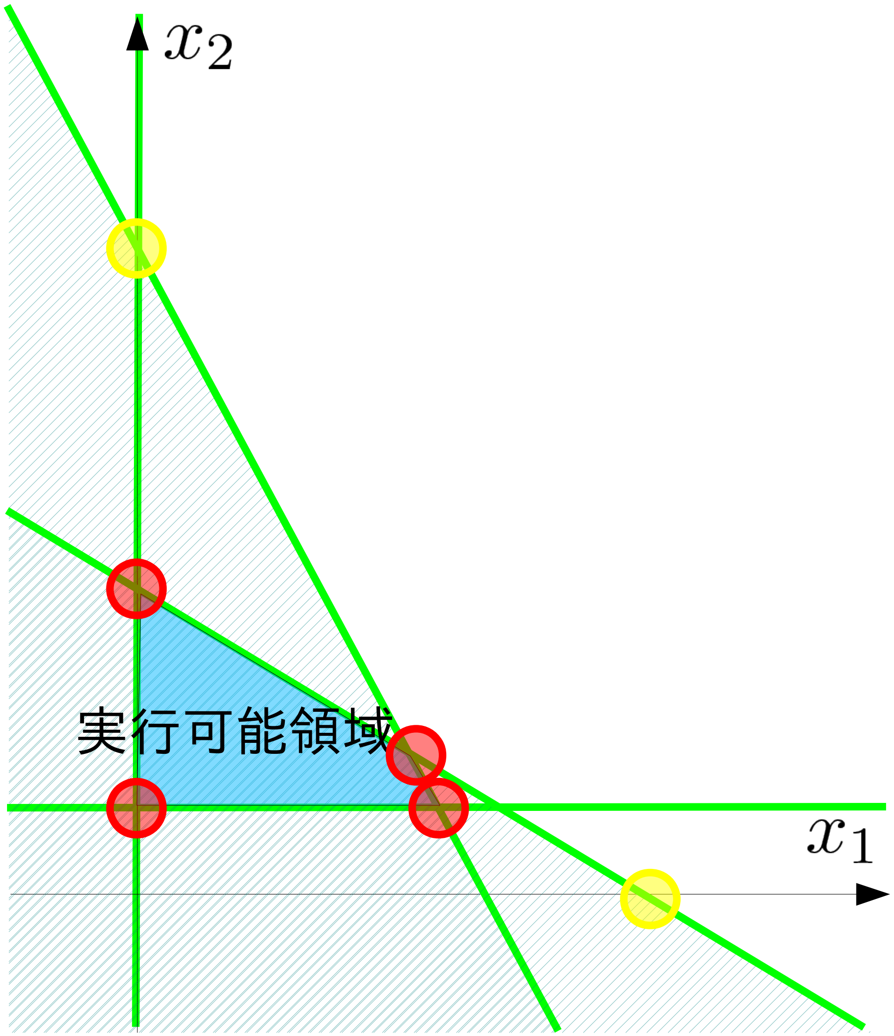
$$x_2 \geq 10 \times 10^3$$

•不等式標準形において、定数が正の制約式

•等式標準形において、グラフの座標軸とならない変数(slack変数、surplus変数)の係数と定数の符号が異なる制約式

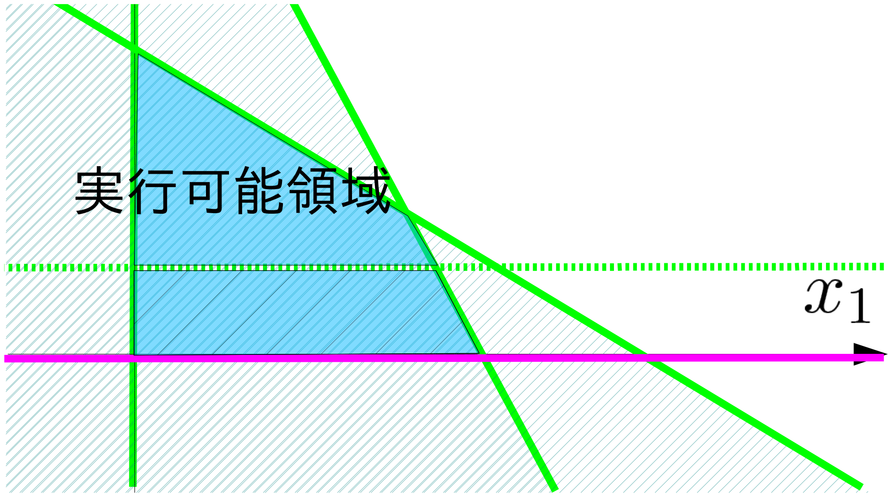
$$x_2 - x_5 = 10 \times 10^3$$

初期基本解の決定法



2段階単体法のアイディア

- 原点が実行可能解でなくなる原因となる制約式に変数を加え実行可能領域を広げる
- 元の実行可能領域の端で最小となる目的関数を定め、単体法で端点を求める



2段階単体法

原点を実行可能領域に含む人工線形計画問題を作り
人工問題の最適解から元の問題の初期解を得る。

等式標準形

minimize

$$z = -6x_1 + 6x_2$$

subject to

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 6 \\ -5x_1 + 9x_2 &= 15 \\ -6x_1 + 3x_2 - x_4 &= 3 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

人工問題の等式標準形

minimize

$$z = \boxed{x_5 + x_6}$$

subject to

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 6 \\ -5x_1 + 9x_2 \boxed{+x_5} &= 15 \\ -6x_1 + 3x_2 - x_4 \boxed{+x_6} &= 3 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, \boxed{x_5, x_6} \geq 0$$

人工問題は z, x_3, x_5, x_6 を基底変数、 x_1, x_2, x_4 を非基底変数とした基本解を
実行可能領域に含む。$\rightarrow$ (x_1, x_2) の原点から単体法を実行できる。
人工問題の最適解が $z = 0 \Rightarrow x_5 = x_6 = 0$ であれば、その基本解は元の問題で
実行可能領域に含まれる。

2段階単体法

原点を実行可能領域に含む人工線形計画問題を作り
人工問題の最適解から元の問題の初期解を得る。

1段目の単体法

人工問題の等式標準形

minimize

$$z = \boxed{x_5 + x_6}$$

subject to

$$\begin{aligned}
2x_1 + 3x_2 + x_3 \quad\quad &= 6 \\
-5x_1 + 9x_2 \quad\quad \boxed{+x_5} &= 15 \\
-6x_1 + 3x_2 - x_4 \boxed{+x_6} &= 3 \\
z - x_5 - x_6 &= 0 \\
x_1, x_2, x_3, x_4, \boxed{x_5, x_6} &\geq 0
\end{aligned}$$

この問題から直接simplex表を作るとうまくいかない。
∵x_5 とx_6 が 目的関数の式に含まれるので、連立方程式が解けていない
そこで、制約式から得られる関係式

$$x_5 = 5x_1 - 9x_2 + 15$$

$$x_6 = 6x_1 - 3x_2 + x_4 + 3$$

を使い目的関数からx_5 とx_6 を消去する

人工問題は z, x_3, x_5, x_6 を基底変数、 x_1, x_2, x_4 を非基底変数とした基本解を実行可能領域に含む。→ (x_1, x_2) の原点から単体法を実行できる。
人工問題の最適解が $z = 0 \Rightarrow x_5 = x_6 = 0$ であれば、その基本解は元の問題で実行可能領域に含まれる。

2段階単体法

原点を実行可能領域に含む人工線形計画問題を作り
人工問題の最適解から元の問題の初期解を得る。

1段目の単体法

人工問題の等式標準形

minimize

$z(=x_5+x_6)$

subject to

$$
\begin{array}{rrrrrl}
 & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 & & = 6 \\
 & -5x_1 & +9x_2 & & \boxed{+x_5} & = 15 \\
 & -6x_1 & +3x_2 & -x_4 & \boxed{+x_6} & = 3 \\
z & -11x_1 & +12x_2 & -x_4 & & = 18
\end{array}
$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

$$x_5 = 5x_1 - 9x_2 + 15$$

$$x_6 = 6x_1 - 3x_2 + x_4 + 3$$

$$z - x_5 - x_6 =$$

$$z - (11x_1 - 12x_2 + x_4 + 18)$$

人工問題は z, x_3, x_5, x_6 を基底変数、x_1, x_2, x_4 を非基底変数とした基本解を実行可能領域に含む。→ (x_1, x_2) の原点から単体法を実行できる。
人工問題の最適解が $z=0 \Rightarrow x_5 = x_6 = 0$ であれば、その基本解は元の問題で実行可能領域に含まれる。

初期のsimplex表

基底変数	非基底変数	非基底変数	基底変数	非基底変数	基底変数	基底変数	
z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	定数
0	2	3	1	0	0	0	6
0	-5	9	0	0	1	0	15
0	-6	3	0	-1	0	1	3
1	-11	12	0	-1	0	0	18

終了時のsimplex表

基底変数	基底変数	基底変数	非基底変数	基底変数	非基底変数	非基底変数	
z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	定数
0	1	0	3/11	0	-1/11	0	3/11
0	0	0	-13/11	1	8/11	-1	9/11
0	0	1	5/33	0	2/33	0	20/11
1	0	0	0	0	0	1	0

こうして得た人工問題の基本解は元の問題の実行可能領域の端点になっている。さらに目的関数を元に戻して、simplex 法を実行することで、元の問題の最適解を得ることができる。

- 最初のsimplex表

z	x_1 非	x_2 非	x_3	x_4 非	x_5	x_6	定数	最大増加量
0	2	3	1	0	0	0	6	
0	-5	9	0	0	1	0	15	
0	-6	3	0	-1	0	1	3	
1	-11	12	0	-1	0	0	18	

- 最初の基本解
  非基底変数: $(x_1, x_2, x_4) = (0, 0, 0)$
  基底変数: $(z, x_3, x_5, x_6) = (18, 6, 15, 3)$
- 制約式を満たす＝非負条件を満たす

z	x_1 非	x_2 ~~非~~	x_3	x_4 非	x_5	x_6 非	定数	最大増加量
0	2	3	1	0	0	0	6	$/3 = 2$
0	-5	9	0	0	1	0	15	$/9 = 5/3$
0	-6	3	0	-1	0	1	3	$/3 = 1$
1	-11	12	0	-1	0	0	18	

- 連立方程式を解く

	z	x_1 非	x_2	x_3	x_4 非	x_5	x_6 非	定数	最大増加量
	0	2	3	1	0	0	0	6	
	0	-5	9	0	0	1	0	15	
$\times 1/3$	0	-6	3	0	-1	0	1	3	
	1	-11	12	0	-1	0	0	18	

	z	x_1 非	x_2	x_3	x_4 非	x_5	x_6 非	定数	最大増加量
$-\times 3$	0	2	3	1	0	0	0	6	
$-\times 9$	0	-5	9	0	0	1	0	15	
	0	-2	1	0	-1/3	0	1/3	1	
$-\times 12$	1	-11	12	0	-1	0	0	18	

z	x_1 非	x_2	x_3	x_4 非	x_5	x_6 非	定数	最大増加量
0	8	0	1	1	0	-1	3	
0	13	0	0	3	1	-3	6	
0	-2	1	0	-1/3	0	1/3	1	
1	13	0	0	3	0	-4	6	

- 制約式を満たす＝非負条件を満たす

- 変数の交換

z	x_1 ~~非~~	x_2	x_3 非	x_4 非	x_5	x_6 非	定数	最大増加量
0	8	0	1	1	0	-1	3	$/8 = 3/8$
0	13	0	0	3	1	-3	6	$/13 = 6/13$
0	-2	1	0	-1/3	0	1/3	1	$/-2 = -1/2$
1	13	0	0	3	0	-4	6	

$\times 1/8$

z	x_1	x_2	x_3 非	x_4 非	x_5	x_6 非	定数	最大増加量
0	8	0	1	1	0	-1	3	
0	13	0	0	3	1	-3	6	
0	-2	1	0	-1/3	0	1/3	1	
1	13	0	0	3	0	-4	6	

z	x_1	x_2	x_3 非	x_4 非	x_5	x_6 非	定数	最大増加量
0	1	0	1/8	1/8	0	-1/8	3/8	
0	0	0	-13/8	11/8	1	-11/8	9/8	
0	0	1	1/4	-1/12	0	1/12	7/4	
1	0	0	-13/8	11/8	0	-19/8	9/8	

- 制約式を満たす＝非負条件を満たす

- 変数の交換

z	x_1	x_2	x_3 非	x_4 ~~非~~	x_5 非	x_6 非	定数	最大増加量
0	1	0	1/8	1/8	0	-1/8	3/8	$\times 8 = 3$
0	0	0	-13/8	11/8	1	-11/8	9/8	$/\frac{11}{8} = 9/11$
0	0	1	1/4	-1/12	0	1/12	7/4	
1	0	0	-13/8	11/8	0	-19/8	9/8	

	z	x_1	x_2	x_3 非	x_4	x_5 非	x_6 非	定数	最大増加量
	0	1	0	1/8	1/8	0	-1/8	3/8	
$\times 8/11$	0	0	0	-13/11	1	8/11	-1	9/11	
	0	0	1	1/4	-1/12	0	1/12	7/4	
	1	0	0	-13/8	11/8	0	-19/8	9/8	

z	x_1	x_2	x_3 非	x_4	x_5 非	x_6 非	定数	最大増加量
0	1	0	3/11	0	-1/11	0	3/11	
0	0	0	-13/11	1	8/11	-1	9/11	
0	0	1	5/33	0	2/33	0	20/11	
1	0	0	0	0	-1	-1	0	

- 制約式を満たす＝非負条件を満たす

- 1段目の単体法が完了し、人工問題の最適解が求まる

z	x_1	x_2	x_3 非	x_4	x_5 非	x_6 非	定数	最大増加量
0	1	0	3/11	0	-1/11	0	3/11	
0	0	0	-13/11	1	8/11	-1	9/11	
0	0	1	5/33	0	2/33	0	20/11	
1	0	0	0	0	-1	-1	0	

- 最適解は元の問題の端点を成す

人工問題の等式標準形

minimize

$$z$$

subject to

$$\begin{aligned}
2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 6 \\
-5x_1 + 9x_2 + x_5 &= 15 \\
-6x_1 + 3x_2 - x_4 + x_6 &= 3 \\
z - 11x_1 + 12x_2 - x_4 &= 18
\end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

等式標準形

minimize

$$z = -6x_1 + 6x_2$$

subject to

$$\begin{aligned}
2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 6 \\
-5x_1 + 9x_2 &= 15 \\
-6x_1 + 3x_2 - x_4 &= 3
\end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

演習問題5

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{subject to} \quad & -x_1 - x_2 \geq -1 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

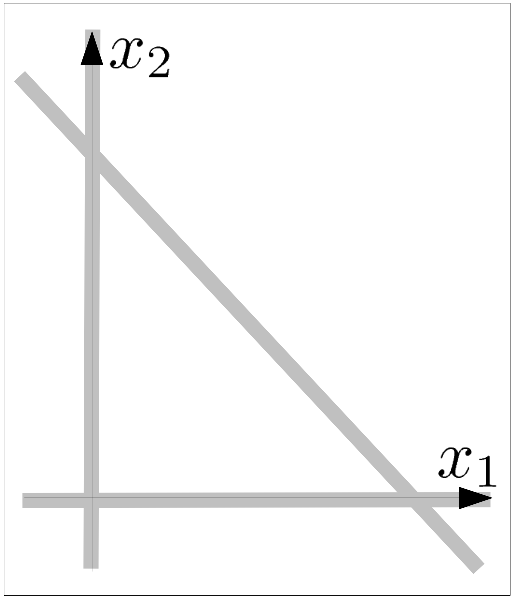
課題1: グラフを描き、原点が実行可能領域ではないことを確認してください。

課題2: 2段階 simplex 法の第1段階を用いて実行可能領域の端点を見つけてください。

hint　2段階 simplex 法の第1段階では、
1. 等式標準形を導く
2. 正の係数の slack 変数を持たない制約式に人工変数を追加する
3. 人工変数に負の係数をつけて加えた人工目的関数の最大化問題を解く

という手順が必要です。

復習:演習問題5



$$
\begin{array}{ll}
\text{minimize} & z = x_1 + 2x_2 \\
\text{subject to} & -x_1 - x_2 \geq -1 \\
& x_1 + x_2 \geq 1 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

課題1: グラフを描き、原点が実行可能領域ではないことを確認する。

課題2: 2段階 simplex 法の第1段階を用いて実行可能領域の端点を見つける。

復習：演習問題5

等式標準形

minimize z

subject to

$$
\begin{aligned}
x_1 \;+x_2+x_3 &= 1\\
x_1 \;+x_2-x_4 &= 1\\
z-x_1-2x_2 \quad &= 0\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0
\end{aligned}
$$

人工問題

minimize $z(= x_5)$

subject to

$$
\begin{aligned}
x_1+x_2+x_3 \qquad &= 1\\
x_1+x_2-x_4+x_5 &= 1\\
z \qquad\qquad -x_5 &= 0\\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0
\end{aligned}
$$

課題1: グラフを描き、原点が実行可能領域ではないことを確認する。

課題2: 2段階 simplex 法の第1段階を用いて実行可能領域の端点を見つける。

復習:演習問題5

- 人工問題の等式標準形からsimplex 表を準備する

人工問題

$$
\begin{aligned}
&\text{minimize } z(= x_5) \\
&= -x_1 - x_2 + x_4 + 1 \\
&\text{subject to} \\
&\quad x_1 + x_2 + x_3 \qquad\qquad = 1 \\
&\quad x_1 + x_2 \qquad - x_4 + x_5 = 1 \\
&z + x_1 + x_2 \qquad - x_4 \qquad = 1 \\
&\qquad x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

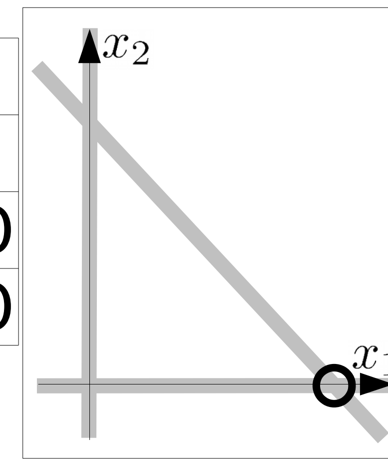
- simplex 表

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	定数	最大増加量
1	1	1	0	0	1	
1	1	0	−1	1	1	
1	1	0	−1	0	1	

復習：演習問題5

z	x_1 ~~非~~	x_2 非	x_3 非	x_4 非	x_5	定数	最大増加量
0	1	1	1	0	0	1	$/1=1$
0	1	1	0	-1	1	1	$/1=1$
1	1	1	0	-1	0	1	

z	x_1	x_2 非	x_3 非	x_4 非	x_5	定数
0	1	1	1	0	0	1
0	0	0	-1	-1	1	0
1	0	0	-1	-1	0	0



- 最適解を得る

$$z=0, x_1=1, x_2, x_3, x_4, x_5=0$$

- 最適値＝0 なので、これを初期解に用いることができる