

演習問題3

コーヒードリンク生産に必要な原材料と利益

原材料	珈琲飲料(100g)	珈琲牛乳(100g)	最大供給量
珈琲原液	15g	11g	1650kg/日
ミルク	10g	14g	1400kg/日
ガムシロップ	9g	20g	1800kg/日
利益	5円	4円	

問題:利益を最大化する珈琲飲料・珈琲牛乳の1日当り生産量は?

上記の最適化問題について、

課題1:単体法を用いて最適解を求めなさい

課題2:グラフを描き、課題1で辿った端点を示しなさい

課題3:授業の感想・意見があれば書いてください

等式標準形

minimize z

subject to

$$15x_1 + 11x_2 + x_3 = 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 + x_4 = 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 + x_5 = 1800000$$

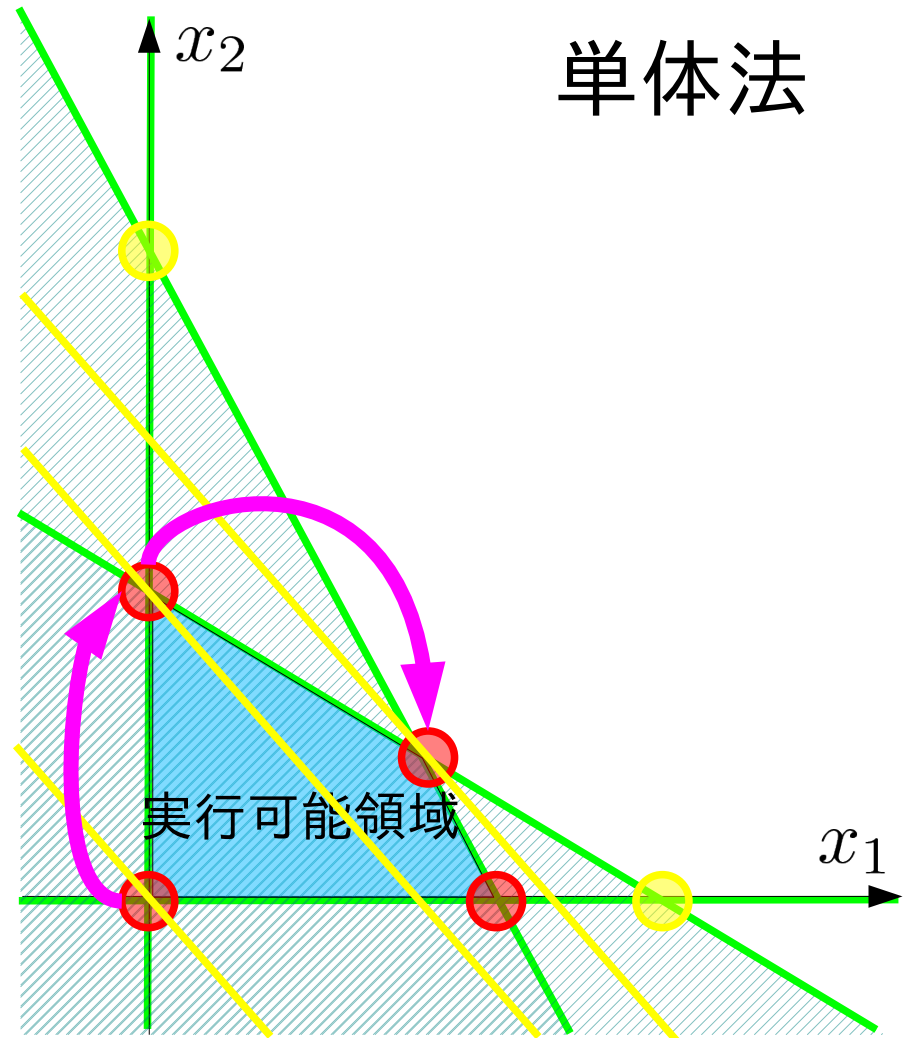
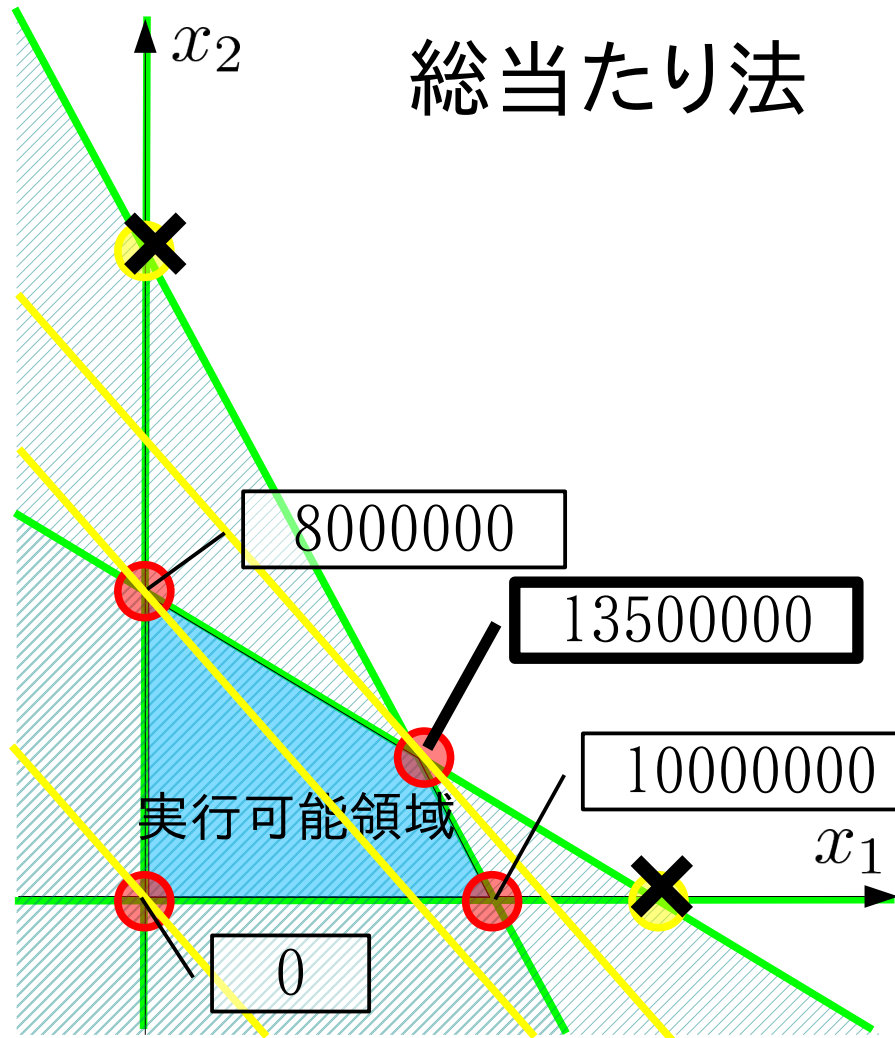
$$z + 5x_1 + 4x_2 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

simplex 表

z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	右邊
0	15	11	1	0	0	1650000
0	10	14	0	1	0	1400000
0	9	20	0	0	1	1800000
1	5	4	0	0	0	0

復習: 単体法



復習：演習問題

コーヒードリンクの生産に必要な原料とその利益

原材料	珈琲飲料(100g中)	珈琲牛乳(100g中)	最大供給量
珈琲原液	15g	11g	1650kg/日
ミルク	10g	14g	1400kg/日
ガムシロップ	9g	20g	1800kg/日
利益	5円	4円	

最大の利益を与えるコーヒードリンクの生産量は？

1. 等式標準形を求め、simplex表を作りなさい

～ここまで～

2. 単体法を用いて最適解を求めなさい

3. グラフを描き、1で辿った端点の経路を示しなさい

コーヒードリンクの生産に必要な原料とその利益

原材料	珈琲飲料(100g中)	珈琲牛乳(100g中)	最大供給量
珈琲原液	15g	11g	1650kg/日
ミルク	10g	14g	1400kg/日
ガムシロップ	9g	20g	1800kg/日
利益	5円	4円	

変数の定義を決める

$x_1 \times 100[g]$ $x_2 \times 100[g]$ 珈琲飲料、珈琲牛乳の生産量
問題に対応する標準形を書き出す

線形計画問題

maximize

$$5x_1 + 4x_2$$

subject to

$$15x_1 + 11x_2 \leq 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 \leq 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 \leq 1800000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

等式標準形

minimize

$$z = -5x_1 - 4x_2$$

subject to

$$15x_1 + 11x_2 + x_3 = 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 + x_4 = 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 + x_5 = 1800000$$

$$z + 5x_1 + 4x_2 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

等式標準形

minimize

$$z = -5x_1 - 4x_2$$

subject to

$$15x_1 + 11x_2 + x_3 = 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 + x_4 = 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 + x_5 = 1800000$$

$$z + 5x_1 + 4x_2 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

等式標準形をもとにして、最初の simplex 表を作る

Z	X1	X2	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

simplex表の操作により単体法を実行する。

Z	X1	X2	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

係数が1になっている変数のうち、目的関数と合せて制約条件と同数の変数を基底変数とする。今回の例では、
後から追加した x_3, x_4, x_5

simplex表の操作により単体法を実行する。

基底変数

基底変数 基底変数 基底変数

Z	X1	X2	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

係数が1になっている変数のうち、目的関数と合せて制約条件と同数の変数を基底変数とする。今回の例では、
後から追加した x_3, x_4, x_5

simplex表の操作により単体法を実行する。

非基底変数 非基底変数

Z	X1	X2	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

基底変数ではない変数が
非基底変数になる、
今回の例では、
元々の変数 x_1, x_2

simplex表の操作により単体法を実行する。

Z	X1	X2	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

基底変数ではない変数が
非基底変数になる、
今回の例では、
元々の変数 x_1, x_2

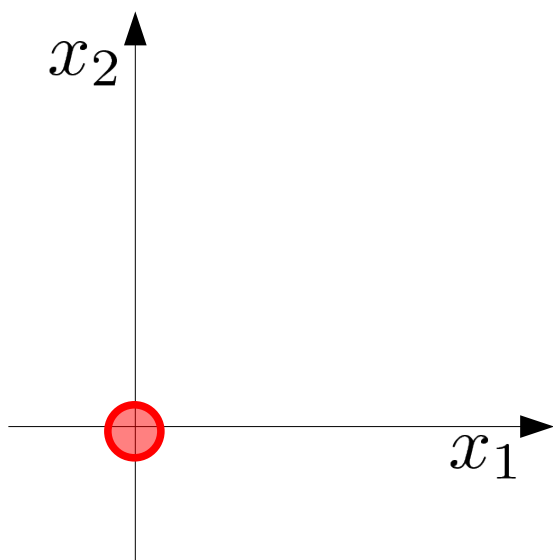
simplex表の操作により単体法を実行する。

Z	基	X1	非	X2	非	X3	基	X4	基	X5	基	定数	最大増加量
		15		11		1						1650000	
		10		14				1				1400000	
		9		20						1		1800000	
1		5		4								0	

基底変数・非基底変数の区別
を判り易く示す。
どちらか片方だけでも十分。

simplex表の操作により単体法を実行する。

Z	基	X1	非	X2	非	X3	基	X4	基	X5	基	定数	最大増加量
			15		11		1					1650000	
			10		14				1			1400000	
			9		20					1		1800000	
	1		5		4							0	



$$\begin{aligned}
 15x_1 + 11x_2 + x_3 &= 1650000 \\
 10x_1 + 14x_2 + x_4 &= 1400000 \\
 9x_1 + 20x_2 + x_5 &= 1800000 \\
 z + 5x_1 + 4x_2 &= 0
 \end{aligned}$$

$(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$
 $= (0, 0, 0, 1650000, 1400000, 1800000)$

非基底変数はゼロ、残りの変数は非負でなければならない。今回はOK

基底変数と非基底変数の交換候補を決める

Z	X1 非	X2 非	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

非基底変数にだけシルシを付ける。
実際の作業では、これが最初の段階になる。
以降、基底変数 \leftrightarrow 非基底変数の交換を進める。

基底変数と非基底変数の交換候補を決める

Z	X1 非	X2 非	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

1. 交換により目的関数が改善(減少)する。

$$z = 0 \rightarrow z + 5x_1 = 0 \text{ or } z + 4x_2 = 0$$

- 係数が正ならば目的関数は改善(減少)する。

まず、非基底変数の中から基底変数に換えるものを決める。
 入れ換えで目的関数が改善するものを選ばなくてはならない、
 例では x_1, x_2 を基底変数とした場合の目的関数値を考える。
 目的関数の定義式より係数が正の変数を選べば良い。

基底変数と非基底変数の交換候補を決める

Z	X1 非	X2 非	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

1. 交換により目的関数が改善(減少)する。

$$z = 0 \rightarrow z + 5x_1 = 0 \text{ or } z + 4x_2 = 0$$

- 係数が正ならば目的関数は改善(減少)する。

今回は x_1, x_2 のいずれとも係数が正なので、どちらでもOK。
 とりあえず、目的関数が速く減るように大きい方を選ぶこと
 にして、 x_1 の方を非基底変数→基底変数とする。

基底変数と非基底変数の交換候補を決める

Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	$/15 = 110000$
	10	14		1		1400000	
	9	20			1	1800000	
1	5	4				0	

1. 交換により目的関数が改善(減少)する

次に、 x_1 との交換の相手を基底変数の x_3, x_4, x_5 から見つける。
 交換後に全ての変数が非負条件を満たすものを選ぶ。
 例えば、 x_3 が非基底変数になると現れる等式を考える。

$$x_3 = 1650000 \rightarrow 15x_1 = 1650000$$

- 定数項を係数で割り最大増加量を求める。
- 最小の最大増加量を与える非基底変数を選ぶ。

基底変数と非基底変数の交換候補を決める

Z	X1 非	X2 非	X3	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	$/15 = 110000$
	10	14		1		1400000	$/10 = 140000$
	9	20			1	1800000	$/9 = 200000$
1	5	4				0	

1. 交換により目的関数が改善(減少)する

同様に x_3, x_4, x_5 非基底変数となった場合を考え、 x_1 の増加量を比較して、最小の増加量を与える交換を採用する。

2. 交換後も非負条件を満たす。

$$x_3 = 1650000 \rightarrow 15x_1 = 1650000$$

- 定数項を係数で割り最大増加量を求める。
- 最小の最大増加量を与える非基底変数を選ぶ。

基底変数と非基底変数の交換候補を決める

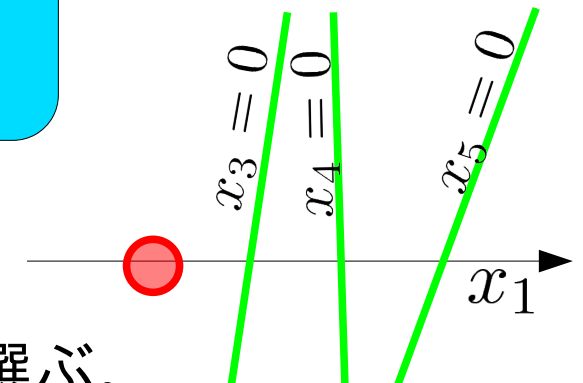
Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	$/15 = 110000$
	10	14		1		1400000	$/10 = 140000$
	9	20			1	1800000	$/9 = 200000$
1	5	4				0	

1. 交換により目的関数が改善(減少)する

最小の増加量を与える交換により、新しい交点の実行可能領域外に出ないようにする

2. 交換後も実行条件を満たす。

- $x_3 = 1650000 \rightarrow 15x_1 = 1650000$
- 定数項を係数で割り最大増加量を求める。
- 最小の最大増加量を与える非基底変数を選ぶ。



基底変数と非基底変数の交換候補を決める

Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
	15	11	1			1650000	$/15 = 110000$
	10	14		1		1400000	$/10 = 140000$
	9	20			1	1800000	$/9 = 200000$
1	5	4				0	

ここまでの作業でsimplex表は上のようになる。
この状態に対応する連立方程式は

$$15x_1 + 11x_2 + x_3 = 1650000$$

$$10x_1 + 14x_2 + x_4 = 1400000$$

$$9x_1 + 20x_2 + x_5 = 1800000$$

$$z + 5x_1 + 4x_2 = 0$$

なので、これを解く必要がある。

交換後の連立方程式を解く

	Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
$\times \frac{1}{15}$		15	11	1			1650000	$/15 = 110000$
		1	$11/15$	$1/15$			110000	
		10	14		1		1400000	
		9	20			1	1800000	
	1	5	4				0	

基底変数に関する連立方程式を解き基本解を得る

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 110000 \\
 \cancel{15x_1} &= \cancel{1650000} \\
 10x_1 &+ x_4 = 1400000 \\
 9x_1 &+ x_5 = 1800000 \\
 z + 5x_1 &= 0
 \end{aligned}$$

新たに基底変数となり、ゼロから正に値の変わる x_1 の値を求めるために、 x_1 の係数で両辺を割る
 simplex表では、対応する段の係数を全て割る

交換後の連立方程式を解く

Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
$\times \frac{1}{15}$	15	11	1			1650000	$/15 = 110000$
	1	$11/15$	$1/15$			110000	
$-\times 10$	10	14		1		1400000	$/10 = 140000$
	0	$20/3$	$-2/3$		1	300000	
$-\times 9$	9	20				1800000	$/9 = 200000$
	1	5	$67/5$	$-3/5$		810000	0
$-\times 5$	5	4				550000	
	0	$1/3$	$-1/3$			-550000	

基底変数に関する連立方程式を解き基本解を得る

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 110000 & x_4 &= 300000 \\
 \cancel{10x_1} & & \cancel{x_4} &= \cancel{1400000} \\
 \cancel{9x_1} & & \cancel{x_5} &= \cancel{1800000} \\
 z + 5x_1 &= 0 \\
 z &= -550000
 \end{aligned}$$

前段で得た関係式

$x_1 + (11/15)x_2 + (11/15)x_3 = 110000$
 を使って他の方程式から x_1 を消去する

交換後の連立方程式を解く

	Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
$\times \frac{1}{15}$		1	11	1			1650000	$/15 = 110000$
		1	11/15	1/15			110000	
$-\times 10$		0	20		1		1400000	$/10 = 140000$
		0	20/3	-2/3			300000	
$-\times 9$		0	67	3		1	1800000	$/9 = 200000$
		0	67/5	-3/5			810000	
$-\times 5$	1	0	1	3			550000	
		0	1/3	-1/3			-550000	

基底変数に関する連立方程式を解き基本解を得る

$$\begin{aligned}
 x_1 + 11x_2 + x_3 &= 110000 \\
 + 14x_2 + x_4 &= 300000 \\
 + 20x_2 + x_5 &= 810000 \\
 z + 4x_2 &= -550000
 \end{aligned}$$

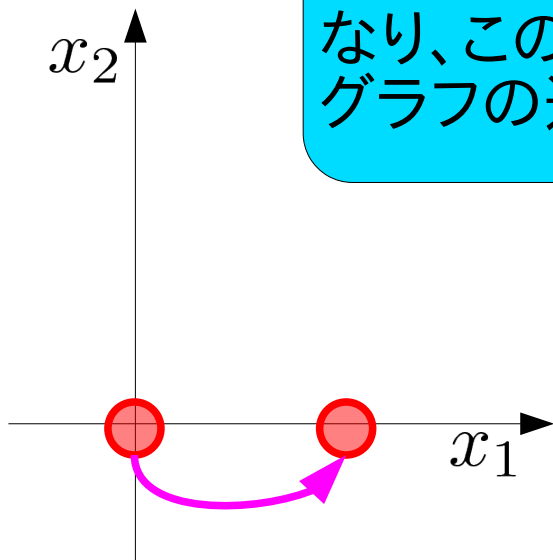
$$(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (-550000, 110000, 0, 0, 300000, 810000)$$

simplex表の定数欄に現われた基本解は非負条件を満たす

交換後の連立方程式を解く

	Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
$\times \frac{1}{15}$		6	4	3			1650000	$/15 = 110000$
	1		11/15	1/15			110000	
$-\times 10$		10	14			1	1400000	$/10 = 140000$
	0		20/3	-2/3			300000	
$-\times 9$		9	20				1800000	$/9 = 200000$
	0		67/5	-3/5		1	810000	
$-\times 5$	1	5	4				0	
	0		1/3	-1/3			-550000	

ここまでの作業で、simplex表は上のようになり、このときまでの基本解の移動は左下のグラフの通り



$$\begin{aligned}
 & (z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \\
 & = (-550000, 110000, 0, 0, 300000, 810000)
 \end{aligned}$$

表を更新する

Z	X1 非	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
$\times \frac{1}{15}$	1	11/15	1/15			1650000 110000	/15 = 110000
$-\times 10$	0	20/3	-2/3	1		1400000 300000	/10 = 140000
$-\times 9$	0	67/5	-3/5		1	1800000 810000	/9 = 200000
$-\times 5$	1	1/3	-1/3			0 -550000	

新しい表に書き写して作業を進める。そのまま上書きでも可。

Z	X1	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
	1	11/15	1/15			110000	
		20/3	-2/3	1		300000	
		67/5	-3/5		1	810000	
1		1/3	-1/3			-550000	

新しい表で基底変数・非基底変数の交換を続ける

Z	X1	X2 非	X3 非	X4	X5	定数	最大増加量
	1	11/15	1/15			110000	$/(11/15) = 150000$
		20/3	-2/3	1		300000	$/(20/3) = 45000$
		67/5	-3/5		1	810000	$/(67/5) = 60447. \dots$
1		1/3	-1/3			-550000	

非基底変数のうち、目的関数の定義式で係数が正のものを選び、基底変数に換える
 今回の例では、 x_2

目的関数の定義式以外の定数項をその式での x_2 の係数で割り、結果を最大増加量の欄に記す。

新しい表で基底変数・非基底変数の交換を続ける

Z	X1	X2 ※	X3 非	X4 非	X5	定数	最大増加量
		11/15	1/15			110000	$/(11/15) = 150000$
		20/3	-2/3	1		300000	$/(20/3) = 45000$
		67/5	-3/5		1	810000	$/(67/5) = 60447....$
1		1/3	-1/3			-550000	

最小の増加量 45000 を与える交換を選ぶと、非基底変数になるのは x_4 となる

新しい表で基底変数・非基底変数の交換を続ける

$\times \frac{3}{20}$

Z	X1	X2 ※	X3 非	X4 非	X5	定数	最大増加量
		1	11/15	1/15		110000	
		20/3	-2/3	※		300000	
		1	-1/10	3/20		45000	
		67/5	-3/5		1	810000	
1		1/3	-1/3			-550000	

x_2 と x_4 の交換で現われた連立方程式を解く。
新しい基底変数の値を定めるために2段目の式を x_2 の係数(20/3)で割る。

新しい表で基底変数・非基底変数の交換を続ける

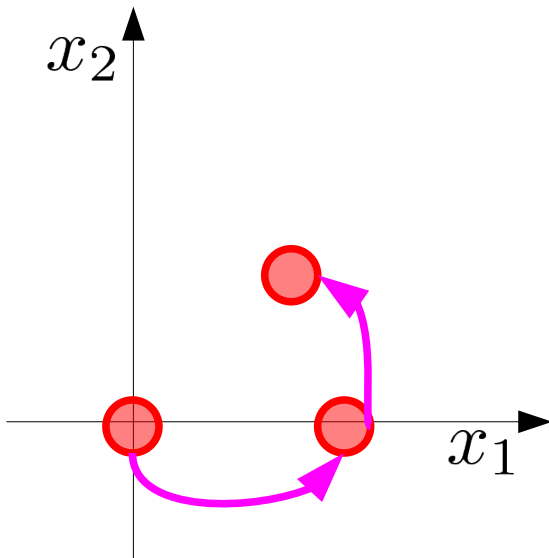
	Z	X1	X2 *	X3 非	X4 非	X5	定数	最大増加量
$-\times \frac{11}{15}$			1	11/15	1/15	11	110000	
$\times \frac{3}{20}$			0	7/50	100		77000	
			20/3	2/3	*		300000	
			1	-1/10	3/20		45000	
$-\times \frac{67}{5}$			67/5	3/5	201	1	810000	
			0	-37/50	100		207000	
$-\times \frac{1}{3}$	1		1/3	1/3	1		550000	
			0	-9/30	20		-565000	

x_2 について得た関係式を使って、他の段から x_2 を消去すると、連立方程式の解が定数欄に現われる。

新しい表で基底変数・非基底変数の交換を続ける

	Z	X1	X2 *	X3 非	X4 非	X5	定数	最大増加量
$-\times \frac{11}{15}$			1 $11/15$	1/15	$-\frac{11}{100}$		110000	$110000 / (11/15) = 150000$
$\times \frac{3}{20}$			0 $20/3$	2/3	*		300000	$300000 / (20/3) = 45000$
			1	$-1/10$	$3/20$		45000	45000
$-\times \frac{67}{5}$			67/5	3/5	$20/1$		1 810000	$810000 / (67/5) = 60447. \dots$
			0	$-37/50$	100		207000	60447. \dots
$-\times \frac{1}{3}$		1	1/3	1/3	1		550000	
			0	$-9/30$	20		-565000	

ここまでの作業でsimplex表は上のようになり、目的関数の定義式に現われる非基底変数の係数は全て負になる。



$$(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$$

$$= (-565000, 77000, 45000, 0, 0, 207000)$$

これ以上改善できないので、この時の基本解が最適解になる。

単体法のまとめ

- 最も基本的な単体法による解法

- 1.等式標準形を作り、係数を用いて simplex表を作る。

- 2.slack変数surplus変数から基底変数を選ぶ

- 3.残りの変数を非基底変数とし、以下を繰り返す

- 1.次の条件を満たす基底変数・非基底変数の交換を行う
目的関数が改善(減少)する
交換後に基本解が非負条件を満たす

- 2.基底変数の連立方程式を解き基本解を求める

- 4.改善ができなくなったら終了し、その時点の基本解を最適解とする

- 問題点

- 最初の実行可能解を決める方法が欠けている

- 最適解ではないのに目的関数が改善されない場合がある

- 変数選択の候補を限定できない

演習問題4の実践

演習問題4

5Lのミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題:利益を最大化するミックスジュースの生産量は?

課題1: simplex 表による単体法を用いて最適解を求めなさい。

課題2: グラフを描き、課題1で辿った端点の経路を示しなさい。

課題3: 授業の感想・意見があれば書いてください

演習問題4

解答用紙左上に名前・学年・学籍番号を記入

5Lのミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

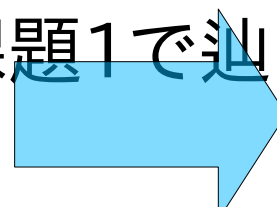
問題:利益を最大化するミックスジュースの生産量は?

$$\begin{aligned} & \text{トロピカル: } x_1 \times 5 \text{ [L]} \\ & \text{フレッシュ: } x_2 \times 5 \text{ [L]} \\ & \text{maximize} \\ & 600x_1 + 500x_2 \\ & \text{subject to} \\ & 3x_1 + x_2 \leq 45 \times 10^3 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 40 \times 10^3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

る単体法を

問題1で進

見があれば



$$\begin{aligned} & \text{等式標準形} \\ & \text{minimize} \\ & z(= -600x_1 - 500x_2) \\ & \text{subject to} \\ & 3x_1 + x_2 + x_3 = 45 \times 10^3 \\ & x_1 + 2x_2 + x_4 = 40 \times 10^3 \\ & z + 600x_1 + 500x_2 = 0 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

復習: 単体法

- 等式標準形に対応する simplex 表を準備する

等式標準形

minimize

$$z (= -600x_1 - 500x_2)$$

subject to

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 45 \times 10^3$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 40 \times 10^3$$

$$z + 600x_1 + 500x_2 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

- simplex 表

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned}3x_1 + x_2 + x_3 &= 45 \times 10^3 \\x_1 + 2x_2 + x_4 &= 40 \times 10^3 \\z + 600x_1 + 500x_2 &= 0\end{aligned}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を見捨てるならば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &= 45 \times 10^3 \\ x_1 + 2x_2 &= 40 \times 10^3 \\ z + 600x_1 + 500x_2 &= 0 \end{aligned}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$\begin{array}{rcl}
 3x_1 & & = 45 \times 10^3 \\
 x_1 & + x_4 & = 40 \times 10^3 \\
 z + 600x_1 & & = 0
 \end{array}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を無視すれば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned} z + x_3 &= 45 \times 10^3 \\ z + x_4 &= 40 \times 10^3 \\ z &= 0 \end{aligned}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	非	x_2	非	x_3	x_4	定数	最大増加量
0		3		1		1	45×10^3	
0		1		2		0	40×10^3	
1	600		500			0	0	

5-3=2変数を見れば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned}
 & +x_3 = 45 \times 10^3 \\
 & +x_4 = 40 \times 10^3 \\
 z & = 0
 \end{aligned}$$

無視した変数: 非基底変数、残りの変数を基底変数

基本解として x_1, x_2 を座標軸にとった原点を考える。

→ z, x_3, x_4 を基底変数、 x_1, x_2 を非基底変数とする

$$(z, x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 0, 45 \times 10^3, 40 \times 10^3)$$

※ 基本解が実行可能 (= 全ての変数が非負) であることを確認する

復習: 単体法

• 実行可能領域の境界を辿り、目的関数を増加させる隣の基本解を探す

※ 隣の基本解 → 基底変数、非基底変数を1つずつ交換した基本解

非基底変数 → 基底変数とした場合に目的関数を減少させる変数を選ぶ
 → 目的関数の制約式において正の係数を持つ非基底変数を選ぶ

- ① ※ 複数の候補がある場合は? → 一概には言えない
 ここでは大きな係数を持つ変数を選ぶ

Z	x_1	非	x_2	非	x_3	非	x_4	定数	最大増加量
0		3		1		1	0	45×10^3	$/3 = 15 \times 10^3$
0		1		2		0	1	40×10^3	$/1 = 40 \times 10^3$
1	① 600		500			0	0	0	

②

※ 非基底変数となることで、基本解における変数の値は 0 となる
 → その分だけ基底変数となる変数(今回は x_1)が変化する

- ② ※ 基底変数となる変数の変化量を求める
 → 係数で定数欄の値を割り、最大変化量を求める
- ③ → 最小の最大変化量を与える制約式に関わる変数を選ぶ
 (基底変数 → 非基底変数とする)

復習: 単体法

新しい基底変数からなる連立方程式を解き基本解を求める
 →基底変数の係数が1となるように掃き出し操作をする

×1/3

z	x ₁	x ₂	非	x ₃	非	x ₄	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10 ³			
0	1	2	0	1	40×10 ³			
1	600	500	0	0	0			

$$\begin{aligned}
 3x_1 + x_2 + x_3 &= 45 \times 10^3 \\
 x_1 + 2x_2 + x_4 &= 40 \times 10^3 \\
 z + 600x_1 + 500x_2 &= 0
 \end{aligned}$$

− × 1

z	x ₁	x ₂	非	x ₃	非	x ₄	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15×10 ³			
0	1	2	0	1	40×10 ³			
1	600	500	0	0	0			

− × 600

復習: 単体法

新しい基底変数からなる連立方程式を解き基本解を求める
 →基底変数の係数が1となるように掃き出し操作をする

$- \times 1$

z	x_1	x_2	非	x_3	非	x_4	定数	最大増加量
0	1	$1/3$	$1/3$	0	15×10^3			
0	1	2	0	1	40×10^3			
1	600	500	0	0	0			

$- \times 600$

z	x_1	x_2	非	x_3	非	x_4	定数	最大増加量
0	1	$1/3$	$1/3$	0	15000			
0	0	$5/3$	$-1/3$	1	25000			
1	0	300	-200	0	-9000000			

$$\begin{aligned}
 x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 &= 15 \times 10^3 \\
 \frac{5}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_3 + x_4 &= 25 \times 10^3 \\
 z + 300x_2 - 200x_3 &= -9 \times 10^6
 \end{aligned}$$

※ 基本解が実行可能 (= 全ての変数が非負) であることを確認する

復習: 単体法

次の基底変数・非基底変数の交換を考える

Z	x_1	x_2 *	x_3	非	x_4	非	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3		0		15000	$\frac{1}{3} = 45 \times 10^3$
0	0	5/3	-1/3		1		25000	$\frac{5}{3} = 15 \times 10^3$
1	0	300	-200		0		-9000000	

正係数を持つ非基底変数は唯1つ $\rightarrow x_2$ を基底変数に変更

最小の最大増加量を与えるのは2段目 $\rightarrow x_4$ を非基底変数に変更

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	
0	0	5/3	-1/3	1	25000	
1	0	300	-200	0	-9000000	

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	
0	0	0	1	-1/5	3/5	15000
1	0	0	300	-200	0	-9000000

$\times \frac{3}{5}$

$-\times \frac{1}{3}$

$-\times 300$

復習: 単体法

基本解を求める

	z	x_1	x_2	x_3	非	x_4	非	定数	最大増加量
$-\times \frac{1}{3}$	0	1	$1/3$	$1/3$	$1/3$	0	0	15000	
	0	0	1	$-1/5$	$3/5$	0	0	15000	
$-\times 300$	1	0	300	-200	0	0	0	-9000000	

	z	x_1	x_2	x_3	非	x_4	非	定数	最大増加量
	0	1	0	$2/5$	$-1/5$	0	0	10000	
	0	0	1	$-1/5$	$3/5$	0	0	15000	
	1	0	0	-140	-180	0	0	-13500000	

正係数を持つ非基底変数は存在しない→最適解