

# 数理計画法

## 第7回：線形計画問題の行列表現と単体法

前回(第6回)授業と演習問題の復習

## 復習：演習問題6

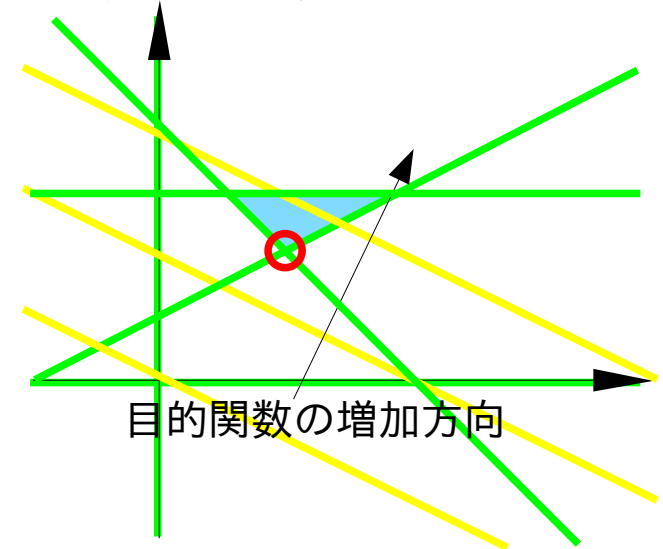
課題：次の線形計画問題を罰則付単体法を用いて解く

$$\text{maximize } x_1 + 2x_2$$

subject to

$$x_1 + x_2 \geq 4, \quad x_1 - 2x_2 + 2 \leq 0$$

$$x_2 \leq 3, \quad x_1, x_2 \geq 0$$



注意：原点は実行可能領域ではありません

ヒント：

$$\begin{array}{ll} \min. & z = -x_1 - 2x_2 \\ \text{s. t.} & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & -x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ & x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \min. & z = -x_1 - 2x_2 \\ \text{s. t.} & x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ & -x_1 + 2x_2 - x_4 = 2 \\ & x_2 + x_5 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array}$$

# 復習：演習問題6

課題：次の線形計画問題を罰則付単体法を用いて解く

$$\text{minimize } z(= -x_1 - 2x_2)$$

subject to

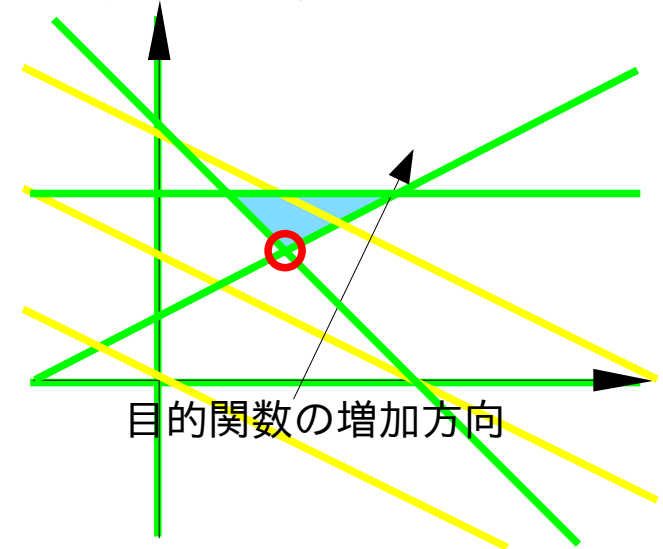
$$x_1 + x_2 - x_3 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_4 = 2$$

$$x_2 + x_5 = 3$$

$$z + x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$



ヒント：

$$\begin{array}{ll} \text{min.} & z = -x_1 - 2x_2 \\ \text{s. t.} & x_1 + x_2 \geq 4 \\ & -x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ & x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{min.} & z = -x_1 - 2x_2 \\ \text{s. t.} & x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ & -x_1 + 2x_2 - x_4 = 2 \\ & x_2 + x_5 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array}$$

## 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

- 2段階単体法

まず、 $z^*$  を最小化する

$z^*=0$  を得られたら

$z$  を最小化して

元の問題の最適解を得る

minimize  $z^* \rightarrow 0 \Rightarrow$  minimize  $z$   
subject to

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_4 + x_7 = 2$$

$$x_2 + x_5 = 3$$

$$z + x_1 + 2x_2 = 0$$

$$z^* + 3x_2 - x_3 - x_4 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

- 罰則付単体法

十分大きな  $M$  により、

$z + Mz^*$  の最小化で、

$z^*=0$ ,  $z$  の最小化が

同時に実現する

minimize  $\tilde{z} = z + Mz^*$

subject to

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_4 + x_7 = 2$$

$$x_2 + x_5 = 3$$

$$\tilde{z} + x_1 + (3M+2)x_2 - Mx_3 - Mx_4 = 6M$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

# 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

- 2段階単体法

まず、 $z^*$  を最小化する

$z^*=0$  を得られたら

$z$  を最小化して

元の問題の最適解を得る

minimize  $z^* \rightarrow 0 \Rightarrow$  minimize  $z$   
subject to

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_4 + x_7 = 2$$

$$x_2 + x_5 = 3$$

$$z + x_1 + 2x_2 = 0$$

$$z^* + 3x_2 - x_3 - x_4 = 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

| $z, z^*$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | 定数 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
|          | 1     | 1     | -1    |       |       | 1     |       | 4  |
|          | -1    | 2     |       | -1    |       |       | 1     | 2  |
|          |       | 1     |       |       | 1     |       |       | 3  |
| 1        | 1     | 2     |       |       |       |       |       | 0  |
| 1        |       | 3     | -1    | -1    |       |       |       | 6  |

## 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

| $z, z^*$ | $x_1$ 非 | $x_2$ 非 | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | 定数 |
|----------|---------|---------|---------|---------|-------|-------|-------|----|
|          | 1       | 1       | -1      |         |       | 1     |       | 4  |
|          | -1      | 2       |         | -1      |       |       | 1     | 2  |
|          |         | 1       |         |         | 1     |       |       | 3  |
| 1        |         | 3       | -1      | -1      |       |       |       | 6  |
| 1        | 1       | 2       |         |         |       |       |       | 0  |

人工問題の最初のsimplex表  
最下段は元の問題の目的関数

# 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

| $z, z^*$ | x1 非 | x2 <del>非</del> | x3 非 | x4 非 | x5 | x6 | x7 非 | 定数        |
|----------|------|-----------------|------|------|----|----|------|-----------|
|          | 1    | 1               | -1   |      |    | 1  |      | 4 / 1 = 4 |
|          | -1   | 2               |      | -1   |    |    | 1    | 2 / 2 = 1 |
|          |      | 1               |      |      | 1  |    |      | 3 / 1 = 3 |
| 1        |      | 3               | -1   | -1   |    |    |      | 6         |
| 1        | 1    | 2               |      |      |    |    |      | 0         |
| $z, z^*$ | x1   | x2              | x3 非 | x4 非 | x5 | x6 | x7 非 | 定数        |
|          |      |                 | 0    |      |    |    |      |           |
|          |      |                 | 1    |      |    |    |      |           |
|          |      |                 | 0    |      |    |    |      |           |
|          |      |                 | 0    |      |    |    |      |           |
|          |      |                 | 0    |      |    |    |      |           |

交換する基底/非基底変数を  
決め、連立方程式を解く



# 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

| $z, z^*$ | x1 非 | x2 非         | x3 非         | x4 非 | x5   | x6 | x7 非 | 定数           |              |                   |
|----------|------|--------------|--------------|------|------|----|------|--------------|--------------|-------------------|
| X-1      | 1/2  | 1            | -1           | 1/2  |      |    | 1    | -1/2         | -1           | 4/1=4             |
| X1/2     | -1/2 | <del>1</del> | <del>2</del> | -1/2 |      |    | 1/2  | <del>1</del> | <del>2</del> | <del>2</del> /2=1 |
| X-1      | 1/2  | -1           | 1            | 1/2  |      | 1  | -1/2 | -1           | 3/1=3        |                   |
| X-3      | 1    | 3/2          | -3           | 3/2  | -1   |    | -3/2 | -3           | 6            |                   |
| X-2      | 1    | 1            | -2           | 1    |      |    | -1   | -2           | 0            |                   |
| $z, z^*$ | x1 非 | x2           | x3 非         | x4 非 | x5   | x6 | x7 非 | 定数           |              |                   |
|          | 3/2  |              | 0            | -1   | 1/2  |    | 1    | -1/2         | 3            |                   |
|          | -1/2 |              | 1            |      | -1/2 |    |      | 1/2          | 1            |                   |
|          | 1/2  |              | 0            |      | 1/2  | 1  |      | -1/2         | 2            |                   |
| 1        | 3/2  |              | 0            | -1   | 1/2  |    |      | -3/2         | 3            |                   |
| 1        |      | 2            | 0            |      | 1    |    |      | -1           | -2           |                   |

交点  $x_1=0, x_2=1$  へ移動

$z^*=3 \Rightarrow$  元の問題の実行可能領域ではない

# 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

| $z, z^*$ | x1 非 | x2 非         | x3 非         | x4 非         | x5           | x6   | x7 非         | 定数           |              |              |         |
|----------|------|--------------|--------------|--------------|--------------|------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------|
| X-1      | 1/2  | 1            | -1           | 1            | -1           | 1/2  | 1            | -1/2         | -1           | 4            | $4/1=4$ |
| X1/2     | -1/2 | <del>1</del> | <del>1</del> | <del>1</del> | <del>1</del> | -1/2 | <del>1</del> | <del>1</del> | <del>1</del> | <del>2</del> | $2/2=1$ |
| X-1      | 1/2  | -1           | 1            | 1            | -1           | 1/2  | 1            | -1/2         | -1           | 4            | $4/1=4$ |
| X-3      | 1    | 3/2          | -3           | 3            | -1           | 3/2  | 1            | -1/2         | -1           | 4            | $4/1=4$ |
| X-2      | 1    | 1            | 1            | -2           | 2            | 1    | 1            | -1/2         | -1           | 4            | $4/1=4$ |

2回目の交換は  
 x1: 非基底 → 基底  
 x6: 基底 → 非基底

| $z, z^*$ | x1 非 | x2             | x3 非 | x4 非 | x5             | x6 非 | x7 非            | 定数 |                |
|----------|------|----------------|------|------|----------------|------|-----------------|----|----------------|
| X2/3     | 1    | <del>3/2</del> | 0    | -2/3 | <del>1/3</del> | 2/3  | <del>-1/3</del> | 2  | $2/(3/2)=4/3$  |
| X1/2     | 1/2  | -1/2           | 1    | -1/3 | 1/6            | 1/2  | -1/6            | 1  | $1/(-1/2) < 0$ |
| X-1/2    | -1/2 | 1/2            | 0    | 1/3  | -1/6           | 1/2  | 1/6             | -1 | $2/(1/2)=4$    |
| X-3/2    | -3/2 | 3/2            | 0    | 1    | -1             | -1/2 | 1/2             | -3 | 3              |
| X-2      | 1    | -2             | 2    | 0    | 4/3            | -2/3 | 1               | -4 | -2             |

| $z, z^*$ | x1 | x2 | x3 非 | x4 非 | x5 | x6 非 | x7 非 | 定数 |
|----------|----|----|------|------|----|------|------|----|
|          |    | 1  | -2/3 | 1/3  |    | 2/3  | -1/3 | 2  |
|          |    | 0  | 1    | -1/3 |    | 1/3  | 1/3  | 2  |
|          |    | 0  | 1/3  | 1/3  | 1  | -1/3 | -1/3 | 1  |
|          | 1  | 0  | 0    | 0    |    | -1   | -1   | 0  |
|          | 1  | 0  | 4/3  | 1/3  |    | -4/3 | -1/3 | -6 |

# 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

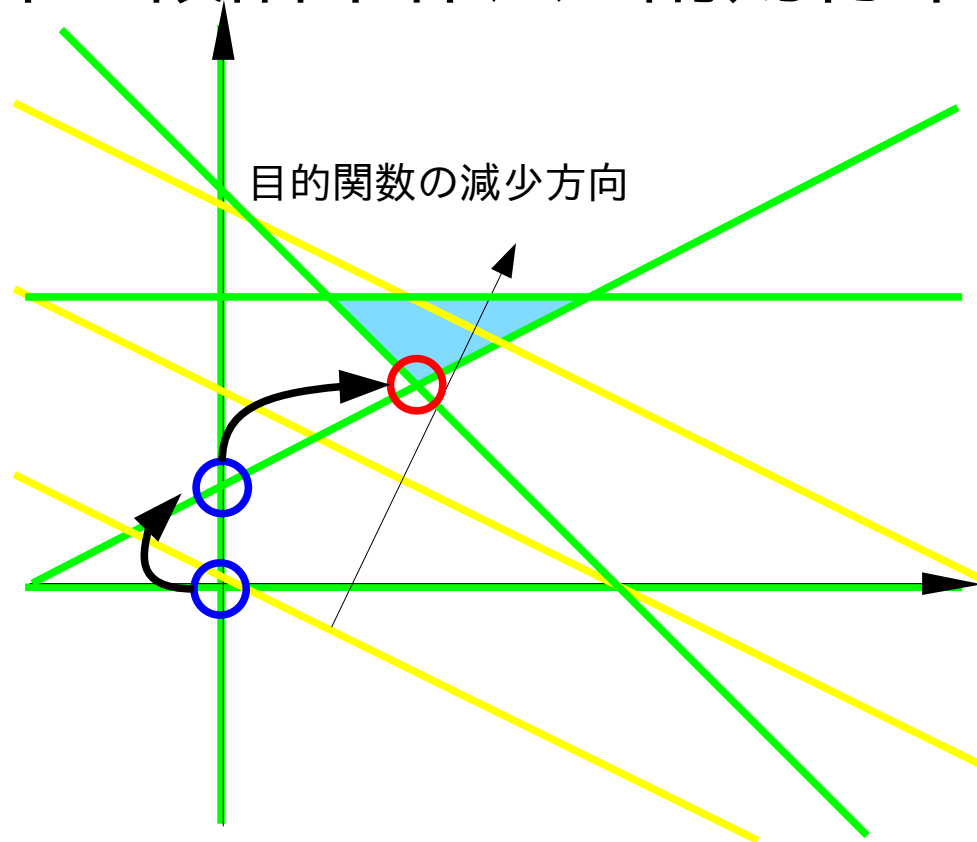
| $z, z^*$ | $x_1$ 非 | $x_2$ 非        | $x_3$ 非 | $x_4$ 非         | $x_5$          | $x_6$          | $x_7$ 非         | 定数             |                 |              |                |
|----------|---------|----------------|---------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|--------------|----------------|
| $x-1$    | 1/2     | 1              | -1      | 1               | -1             | 1/2            | 1               | -1/2           | -1              | 4            | $4/1=4$        |
| $x1/2$   | -1/2    | <del>1</del>   | 1       | <del>2</del>    | -1/2           | <del>1</del>   | 1/2             | <del>1</del>   | 1               | <del>2</del> | $2/2=1$        |
| $x-1$    | 1/2     | -1             | 1       | 1               | 1/2            | 1              | 1/2             | 1              | 1               | 3            | $3/1=3$        |
| $x-3$    | 1       | 3/2            | -3      | 3               | -1             | 3/2            | -1              | 3/2            | -1              | 3            |                |
| $x-2$    | 1       | 1              | 1       | -2              | 2              | 1              | 1               | 1              | 1               | 2            |                |
| $z, z^*$ | $x_1$ 非 | $x_2$          | $x_3$ 非 | $x_4$ 非         | $x_5$          | $x_6$          | $x_7$           | 定数             |                 |              |                |
| $x2/3$   | 1       | <del>3/2</del> | 0       | <del>-2/3</del> | <del>1/3</del> | <del>1/3</del> | <del>-1/3</del> | <del>2/3</del> | <del>-1/3</del> | 2            | $2/(3/2)=4/3$  |
| $x1/2$   | 1/2     | 1/2            | 1       | -1/3            | 1/6            | 1/6            | -1/6            | 1/6            | -1/6            | 2            | $2/(-1/2) < 0$ |
| $x-1/2$  | -1/2    | 1/2            | 0       | 1/3             | -1/6           | -1/6           | 1/6             | -1/6           | 1/6             | 1            | $1/(1/2)=2$    |
| $x-3/2$  | -3/2    | <del>3/2</del> | 0       | 1               | -1             | -1/2           | 1/2             | -1/2           | 1/2             | 1            |                |
| $x-2$    | 1       | -2             | 2       | 0               | 4/3            | -2/3           | 1               | -2/3           | 1               | -2           |                |
| $z, z^*$ | $x_1$   | $x_2$          | $x_3$ 非 | $x_4$ 非         | $x_5$          | $x_6$ 非        | $x_7$ 非         | 定数             |                 |              |                |
|          |         | 1              | -2/3    | 1/3             |                | 2/3            | -1/3            | 2              | $x_1=2$         |              |                |
|          |         | 0              | 1       | -1/3            | -1/3           | 1/3            | 1/3             | 2              | $x_2=2$         |              |                |
|          |         | 0              | 1/3     | 1/3             | 1              | -1/3           | -1/3            | 1              |                 |              |                |
| 1        | 0       | 0              | 0       | 0               |                | -1             | -1              | 0              |                 |              |                |
| 1        | 0       |                | 4/3     | 1/3             |                | -4/3           | -1/3            | -1             |                 |              |                |

$x_1=2, x_2=2$ へ移動  
非基底変数の係数が非正となり、人工問題の最適解を得た。

$x_6, x_7$ は非基底変数なので、  
 $x^*=x_6+x_7=0 \Rightarrow$   
元の問題の実行可能解を得た

実行可能領域

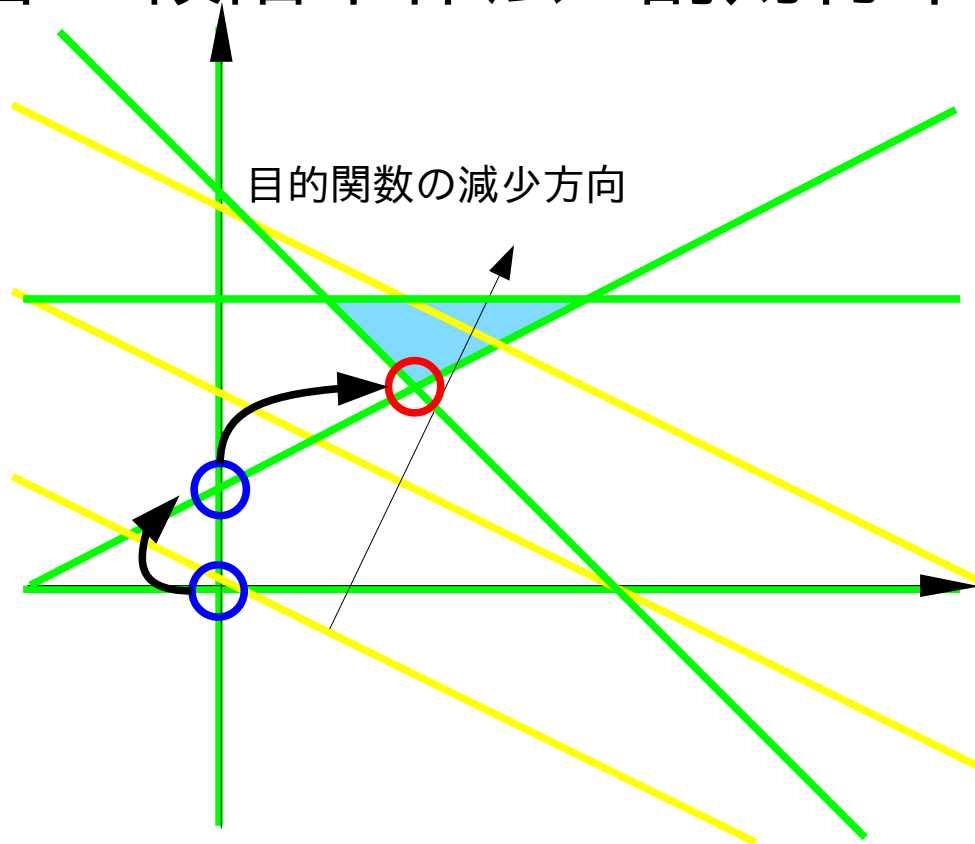
# 復習：2段階単体法と罰則付単体法



| $z, z^*$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数 |
|----------|-------|-------|---------|---------|-------|---------|---------|----|
|          | 1     |       | $-2/3$  | $1/3$   |       | $2/3$   | $-1/3$  | 2  |
|          |       | 1     | $-1/3$  | $-1/3$  |       | $1/3$   | $1/3$   | 2  |
|          |       |       | $1/3$   | $1/3$   | 1     | $-1/3$  | $-1/3$  | 1  |
| 1        |       |       |         |         |       | -1      | -1      | 0  |
| 1        |       |       | $4/3$   | $1/3$   |       | $-4/3$  | $-1/3$  | -6 |

$x_1=2$   
 $x_2=2$

# 復習：2段階単体法と罰則付単体法

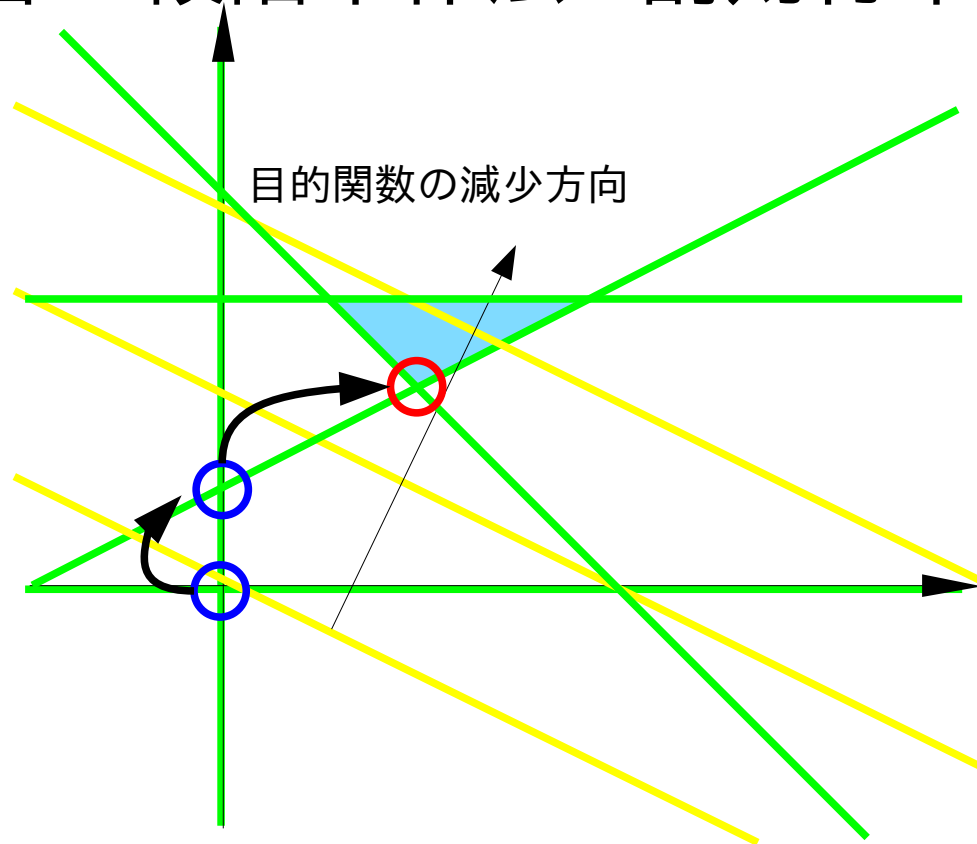


| $z, z^*$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数 |
|----------|-------|-------|---------|---------|-------|---------|---------|----|
|          | 1     |       | $-2/3$  | $1/3$   |       | $2/3$   | $-1/3$  | 2  |
|          |       | 1     | $-1/3$  | $-1/3$  |       | $1/3$   | $1/3$   | 2  |
|          |       |       | $1/3$   | $1/3$   | 1     | $-1/3$  | $-1/3$  | 1  |
| 1        |       |       |         |         |       | -1      | -1      | 0  |
| 1        |       |       | $4/3$   | $1/3$   |       | $-4/3$  | $-1/3$  | -6 |

$x_1=2$

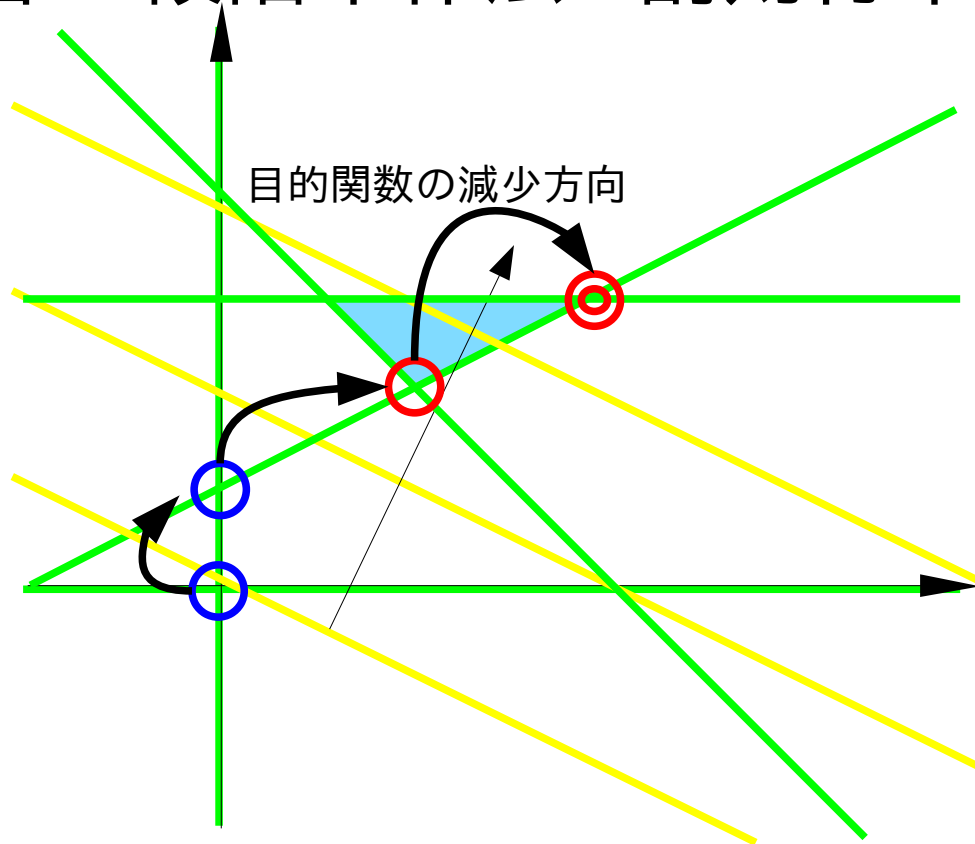
$x_2=2$

# 復習：2段階単体法と罰則付単体法



| $z, z^*$      | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ 非 |       |   | 定数            |
|---------------|-------|-------|---------|---------|---------|-------|---|---------------|
| $\times 2/3$  |       | 1     | $2/3$   | $2/3$   | $1/3$   |       |   | 2 2           |
| $\times 1/3$  |       |       | $1/3$   | $1/3$   | 1       |       |   | 1 2           |
| $\times 3$    |       |       | 1       | $1/3$   | 1       | $1/3$ | 3 | 1 $1/(1/3)=3$ |
| $\times -4/3$ |       |       | $-4/3$  | $4/3$   | $-4/3$  | -4    |   | -4 -6         |

# 復習：2段階単体法と罰則付単体法



| $z, z^*$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ 非 | $x_5$ 非 |  |  | 定数  |
|----------|-------|-------|-------|---------|---------|--|--|-----|
|          | 1     |       | 0     | 1       |         |  |  | 4   |
|          |       | 1     | 0     |         | 1       |  |  | 3   |
|          |       |       | 1     | 1       | 4       |  |  | 3   |
| 1        |       |       | 0     | -1      | -4      |  |  | -10 |

$x_1=4$

$x_2=3$

最適解

# 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

- 罰則付単体法

十分大きな  $M$  により、  
 $z + Mz^*$  の最小化で、  
 $z^*=0$ ,  $z$  の最小化が  
 同時に実現する

$$\text{minimize } \tilde{z} = z + Mz^*$$

subject to

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_4 + x_7 = 2$$

$$x_2 + x_5 = 3$$

$$\tilde{z} + x_1 + (3M+2)x_2 - Mx_3 - Mx_4 = 6M$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

| $z^{\sim}$ | $x_1$ | $x_2$   | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | 定数   |
|------------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
|            |       | 1       | 1     | -1    |       |       | 1     | 4    |
|            |       | -1      | 2     |       | -1    |       |       | 2    |
|            |       |         | 1     |       |       | 1     |       | 3    |
| 1          |       | $13M+2$ |       | $-M$  | $-M$  |       |       | $6M$ |



# 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

- 罰則付単体法

十分大きな  $M$  により、  
 $z + Mz^*$  の最小化で、  
 $z^* = 0$ ,  $z$  の最小化が  
 同時に実現する

$$\text{minimize } \tilde{z} = z + Mz^*$$

subject to

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_6 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_4 + x_7 = 2$$

$$x_2 + x_5 = 3$$

$$\tilde{z} + x_1 + (3M+2)x_2 - Mx_3 - Mx_4 = 6M$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$

| $z^{\sim}$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_7$ | 定数  |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
|            |       | 1     | 1     | -1    |       |       | 1     | 4   |
|            |       | -1    | 2     |       | -1    |       |       | 2   |
|            |       |       | 1     |       |       | 1     |       | 3   |
| 1          | 1     | 302   | -100  | -100  |       |       |       | 600 |



| $z, z^*$ | $x_1$ 非 | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数               |
|----------|---------|-------|---------|---------|-------|---------|---------|------------------|
|          | $3/2$   | 0     | -1      | $1/2$   |       | 1       | $-1/2$  | $3 / (3/2) = 2$  |
|          | $-1/2$  | 1     |         | $-1/2$  |       |         | $1/2$   | $1 / (-1/2) < 0$ |
|          | $1/2$   | 0     |         | $1/2$   | 1     |         | $-1/2$  | $2 / (1/2) = 4$  |
| 1        | 152     | 0     | -100    | 51      |       |         | -151    | 298              |

| $z, z^*$     | $x_1$ 非 | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数  |
|--------------|---------|-------|---------|---------|-------|---------|---------|-----|
| $\times 2/3$ | 1 $3/2$ | 0     | $-2/3$  | $1/3$   |       | $2/3$   | $-1/3$  | 2 3 |
|              | $-1/2$  | 1     |         | $-1/2$  |       |         | $1/2$   | 1   |
|              | $1/2$   | 0     |         | $1/2$   | 1     |         | $-1/2$  | 2   |
| 1            | 152     | 0     | -100    | 51      |       |         | -151    | 298 |

| $z, z^*$      | $x_1$ 非                       | $x_2$ | $x_3$ 非                      | $x_4$ 非                     | $x_5$  | $x_6$ 非                     | $x_7$ 非                      | 定数             |   |
|---------------|-------------------------------|-------|------------------------------|-----------------------------|--------|-----------------------------|------------------------------|----------------|---|
|               | 1 <del><math>3/2</math></del> | 0     | <del><math>-2/3</math></del> | <del><math>1/3</math></del> |        | <del><math>2/3</math></del> | <del><math>-1/3</math></del> | 2 <del>3</del> |   |
| $\times 1/2$  | $1/2$                         | $1/2$ | 1                            | $-1/3$                      | $1/6$  | $1/3$                       | $-1/6$                       | $1/2$          | 1 |
| $\times -1/2$ | $-1/2$                        | $1/2$ | 0                            | $1/3$                       | $-1/6$ | $1/3$                       | $1/6$                        | $-1/2$         | 2 |
| $\times -152$ | 1                             | 152   | 0                            | -100                        | 51     |                             | -151                         | 298            |   |
|               | -152                          |       | $304/3$                      | $-152/3$                    |        | $-304/3$                    | $152/3$                      | -304           |   |

| $z, z^*$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ | $x_6$ 非  | $x_7$ 非  | 定数 |
|----------|-------|-------|---------|---------|-------|----------|----------|----|
|          |       | 1     | $-2/3$  | $1/3$   |       | $2/3$    | $-1/3$   | 2  |
|          |       | 0     | 1       | $-1/3$  |       | $1/3$    | $1/3$    | 2  |
|          |       | 0     |         | $1/3$   | 1     | $-1/3$   | $-1/3$   | 1  |
| 1        |       | 0     | $4/3$   | $1/3$   |       | $-304/3$ | $-301/3$ | -6 |

| $z, z^*$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ 非 | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数          |
|----------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|-------------|
|          |       | 1     | -2/3    | 1/3     |         | 2/3     | -1/3    | 2           |
|          |       | 0     | 1       | -1/3    | -1/3    | 1/3     | 1/3     | 2           |
|          |       | 0     | 1/3     | 1/3     | 1       | -1/3    | -1/3    | $1/(1/3)=3$ |
| 1        | 0     | 0     | 4/3     | 1/3     |         | -304/3  | -301/3  | -6          |

| $z, z^*$   | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ 非 | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数 |
|------------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|----|
|            |       | 1     | -2/3    | 1/3     |         | 2/3     | -1/3    | 2  |
|            |       | 0     | 1       | -1/3    | -1/3    | 1/3     | 1/3     | 2  |
| $\times 3$ |       | 0     | 1       | 1/3     | 1       | 1       | -1/3    | 3  |
| 1          | 0     | 0     | 4/3     | 1/3     |         | -304/3  | -301/3  | -6 |

| $z, z^*$      | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ 非 | $x_5$ 非 | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数 |
|---------------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|----|
| $\times 2/3$  |       | 1     | 2/3     | 2/3     | 2       | -2/3    | 2/3     | 2  |
| $\times 1/3$  |       | 0     | 1       | 1/3     | 1       | -1/3    | 1/3     | 2  |
|               |       | 0     | 1       | 1/3     | 3       | -1/3    | -1/3    | 3  |
| $\times -4/3$ |       | 0     | 4/3     | 1/3     |         | -304/3  | -301/3  | -6 |

| $z, z^*$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ 非 | $x_4$ | $x_5$ 非 | $x_6$ 非 | $x_7$ 非 | 定数  |
|----------|-------|-------|---------|-------|---------|---------|---------|-----|
|          | 1     | 0     | 0       | 1     | 2       | 0       | -1      | 4   |
|          | 0     | 1     | 0       | 0     | 1       | 0       | 0       | 3   |
|          | 0     | 0     | 1       | 1     | 3       | -1      | -1      | 3   |
| 1        | 0     | 0     | 0       | -1    | -4      | -100    | -99     | -10 |

$x_1=4$

$x_2=3$

最適解

## 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

| $z, z^*$       | $x_1$ 非 | $x_2$ *    | $x_3$ 非    | $x_4$ 非 | $x_5$    | $x_6$      | $x_7$ 非 | 定数      |            |      |                |
|----------------|---------|------------|------------|---------|----------|------------|---------|---------|------------|------|----------------|
| $\times -1$    | $1/2$   | $1$        | $-1$       | $1$     | $-1$     | $1/2$      |         | $1$     | $-1/2$     | $-1$ | $4/1=4$        |
| $\times 1/2$   | $-1/2$  | $\times 1$ | $\times 2$ |         | $-1/2$   | $\times 1$ |         | $1/2$   | $\times 1$ | $1$  | $\times 2/2=1$ |
| $\times -1$    | $1/2$   | $-1$       | $1$        |         | $1/2$    |            | $1$     | $-1/2$  | $-1$       | $3$  | $3/1=3$        |
| $\times -3M+2$ | $3M/2$  | $-3M$      | $3M$       | $-M$    | $3M/2-M$ |            |         | $-3M/2$ | $-3M$      | $6M$ |                |
|                | $-1$    | $+2$       | $-1$       |         | $-1$     |            |         | $+1$    | $+2$       |      |                |

- 非常に大きい数  $M$  を記号で残した場合、
  - シンプレックス表には  $M$  の係数と定数の両方を記録しなければならない
  - 連立方程式の解法では  $M$  の係数と定数の両方を掃き出さなければならない
- 結局、2段階単体法で  $z^*$  と同時に  $z$  の式を扱うのと同じことになる

## 復習: 2段階単体法と罰則付単体法

- 2段階法における人工(補助)問題と元の問題の関係
  - まず  $z^*$  を最小化して、次に  $z$  を最小化する
- 人工問題を同時に解く方法=罰則付単体法
  - $z$  の最小化と人工変数=0 が成立すれば良い
  - $z, z^*$  を同時( $z^*=0$  優先)に最適化=罰則付単体法
    - $z + M \times z^*$  ( $M$  は大きな数) を最小化する  
 $M$  の影響が大きいため  $z^*$  の最小化  $\rightarrow z^*=0$  が優先的に実現される
- 安全な罰則( $M$ )を決める方法が無い
  - $M$  を任意の数よりも大きい数として扱う
    - 2段階法と同じ手間になる