2020 年度 数値解析

小テスト 4ー7

氏名 .

提出締切
2020 年 7 月 31 日

学生証番号 .

小テスト 4「代数方程式の逐次解法」

次の方程式の解法に Newton−Raphson 法を利用する。

$$f(x) = x^4 - x - 1 = 0$$

① このとき、解に収束する数列$x_0, x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}$を計算する関係式を以下の形式で示せ。

x_{n+1}=「x_n等を用いた式」

② 初期解を$x_0 = 1.5$とした場合、Newton-Raphson 法はおよそ何回の計算で 8 桁以上の精度の近似解を得ることができるか、実際に計算して示せ。

※逐次計算の停止条件は「指定の桁数における更新が無くなった」ことを用いて良い。

小テスト5「補間と積分」

教科書 p.96 の台形公式と Simpson の 1/3 公式の説明を参考にして、3 次の積分公式を導け。

※Newton の前進型補間多項式を使う。

小テスト６「偏微分方程式」

偏微分方程式の数値解法で重要な役割を果たす差分による微分の近似について、捕捉資料を参考にこたえよ。

等間隔の（1 次元）格子点$x0, x_1 = x_0 + h, x_2 = x_0 + 2h$における関数値をそれぞれ$f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$とする。

このとき、x_0における$f(x)$の1階の導関数値を近似する次の式はhに関してどのような誤差を含むか数式を用いて示せ。

$$f'(x) \approx \frac{-f(x+2h) + 4f(x+h) - 3f(x)}{2h}$$

※テーラー展開公式$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \dfrac{1}{2}f''h^2 + O(h^3)$, $f(x+2h) = \ldots$を利用します。

小テスト7「常微分方程式」

教科書 p.119 からの例を参考に次の常微分方程式の初期値問題の近似解を求め、その方法の説明とともに示せ。

$$y' = x + y, \qquad y(0) = 0$$

※厳密解は$y(x) = \mathrm{e}^x - x - 1$です。計算法は Euler 法でも Runge-Kutta 法でも構いません。

コンピュータによる計算ができない場合は刻み幅を大きく(0.1)とって$y(1)$等の具体的な値を計算するのでも十分です。(電卓があれば十分に計算できます、手計算もそう困難ではありません。)