

小テスト1

次の問題の回答を作成し提出せよ

5Lのミックスジュース生産に必要な原材料と利益

原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題:利益を最大化するミックスジュースの生産量は?

課題1: 上記の表とともに示された線形計画問題を等式標準形の規則を満たすよう 目的関数と制約式を定めなさい。

課題2: simplex 表による単体法を用いて最適解を求めなさい。

課題3: グラフを描き、課題3で辿った端点の経路を示しなさい。

小テスト1解説:以下のスライドを参考にしても良い

5Lのミックスジュース生産に必要な原材料と利益

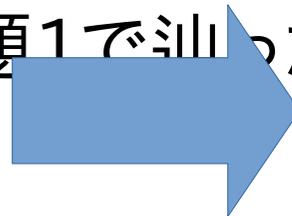
原材料	トロピカル	フレッシュ	最大供給量
マンゴー液	3L	1L	45キロL
オレンジ液	1L	2L	40キロL
利益	600円	500円	

問題:利益を最大化するミックスジュースの生産量は?

トロピカル: $x_1 \times 5$ [L]
フレッシュ: $x_2 \times 5$ [L]
maximize
 $600x_1 + 500x_2$
subject to
 $3x_1 + x_2 \leq 45 \times 10^3$
 $x_1 + 2x_2 \leq 40 \times 10^3$
 $x_1, x_2 \geq 0$

単体法を用

題1で出した



等式標準形
minimize
 $z(= -600x_1 - 500x_2)$
subject to
 $3x_1 + x_2 + x_3 = 45 \times 10^3$
 $x_1 + 2x_2 + x_4 = 40 \times 10^3$
 $z + 600x_1 + 500x_2 = 0$
 $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

復習: 単体法

- 等式標準形に対応する simplex 表を準備する

等式標準形

minimize

$$z(= -600x_1 - 500x_2)$$

subject to

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 45 \times 10^3$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 40 \times 10^3$$

$$z + 600x_1 + 500x_2 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

- simplex 表

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を見捨てるならば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + x_3 &= 45 \times 10^3 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 &= 40 \times 10^3 \\ z + 600x_1 + 500x_2 &= 0 \end{aligned}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を見れば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 &= 45 \times 10^3 \\ x_1 + 2x_2 &= 40 \times 10^3 \\ z + 600x_1 + 500x_2 &= 0 \end{aligned}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を見捨てるならば連立方程式を解くことができる

$$\begin{array}{rcl}
 3x_1 & & = 45 \times 10^3 \\
 x_1 & + x_4 & = 40 \times 10^3 \\
 z + 600x_1 & & = 0
 \end{array}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10^3	
0	1	2	0	1	40×10^3	
1	600	500	0	0	0	

5-3=2変数を見捨てるならば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned} z + x_3 &= 45 \times 10^3 \\ z + x_4 &= 40 \times 10^3 \\ z &= 0 \end{aligned}$$

復習: 単体法

5変数、3制約式の等式標準形

z	x_1	非	x_2	非	x_3	x_4	定数	最大増加量
0		3		1		1	45×10^3	
0		1		2		0	40×10^3	
1	600		500		0	0	0	

5-3=2変数を見捨てるならば連立方程式を解くことができる

$$\begin{aligned}
 & +x_3 = 45 \times 10^3 \\
 & +x_4 = 40 \times 10^3 \\
 z & = 0
 \end{aligned}$$

無視した変数: 非基底変数、残りの変数を基底変数

基本解として x_1, x_2 を座標軸にとった原点を考える。

→ z, x_3, x_4 を基底変数、 x_1, x_2 を非基底変数とする

$$(z, x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 0, 45 \times 10^3, 40 \times 10^3)$$

※ 基本解が実行可能 (= 全ての変数が非負) であることを確認する

復習: 単体法

• 実行可能領域の境界を辿り、目的関数を増加させる隣の基本解を探す

※ 隣の基本解 → 基底変数、非基底変数を1つずつ交換した基本解

非基底変数 → 基底変数とした場合に目的関数を減少させる変数を選ぶ
 → 目的関数の制約式において正の係数を持つ非基底変数を選ぶ

- ① ※ 複数の候補がある場合は? → 一概には言えない
 ここでは大きな係数を持つ変数を選ぶ

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	非	非	1	0	45×10^3	$/3 = 15 \times 10^3$
0	1	2	0	1	40×10^3	$/1 = 40 \times 10^3$
1	① 600	500	0	0	0	

※ 非基底変数となることで、基本解における変数の値は 0 となる
 → その分だけ基底変数となる変数(今回は x_1)が変化する

- ② ※ 基底変数となる変数の変化量を求める
 → 係数で定数欄の値を割り、最大変化量を求める
- ③ → 最小の最大変化量を与える制約式に関わる変数を選ぶ
 (基底変数 → 非基底変数とする)

復習: 単体法

新しい基底変数からなる連立方程式を解き基本解を求める
 →基底変数の係数が 1 となるように掃き出し操作をする

×1/3

z	x ₁	x ₂	非 x ₃	非 x ₄	定数	最大増加量
0	3	1	1	0	45×10 ³	
0	1	2	0	1	40×10 ³	
1	600	500	0	0	0	

$$\begin{aligned}
 3x_1 + x_2 + x_3 &= 45 \times 10^3 \\
 x_1 + 2x_2 + x_4 &= 40 \times 10^3 \\
 z + 600x_1 + 500x_2 &= 0
 \end{aligned}$$

- × 1
 - × 600

z	x ₁	x ₂	非 x ₃	非 x ₄	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15×10 ³	
0	1	2	0	1	40×10 ³	
1	600	500	0	0	0	

復習: 単体法

新しい基底変数からなる連立方程式を解き基本解を求める
 →基底変数の係数が1となるように掃き出し操作をする

− × 1

z	x ₁	x ₂	非 x ₃	非 x ₄	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15 × 10 ³	
0	1	2	0	1	40 × 10 ³	
1	600	500	0	0	0	

− × 600

z	x ₁	x ₂	非 x ₃	非 x ₄	定数	最大増加量
0	1	1/3	1/3	0	15000	
0	0	5/3	-1/3	1	25000	
1	0	300	-200	0	-9000000	

$$\begin{aligned}
 x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 &= 15 \times 10^3 \\
 \frac{5}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_3 + x_4 &= 25 \times 10^3 \\
 z + 300x_2 - 200x_3 &= -9 \times 10^6
 \end{aligned}$$

※ 基本解が実行可能(=全ての変数が非負)であることを確認する

復習: 単体法

次の基底変数・非基底変数の交換を考える

z	x_1	x_2	非 x_3	非 x_4	非定数	最大増加量
0	1	$1/3$	$1/3$	0	15000	$\frac{1}{1/3} = 45 \times 10^3$
0	0	$5/3$	$-1/3$	1	25000	$\frac{3}{5} = 15 \times 10^3$
1	0	300	-200	0	-9000000	

正係数を持つ非基底変数は唯1つ $\rightarrow x_2$ を基底変数に変更

最小の最大増加量を与えるのは2段目 $\rightarrow x_4$ を非基底変数に変更

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
0	1	$1/3$	$1/3$	0	15000	
$\times 3/5$	0	0	$5/3$	$-1/3$	1	25000
	1	0	300	-200	0	-9000000

z	x_1	x_2	x_3	x_4	定数	最大増加量
$-\times \frac{1}{3}$	0	1	$1/3$	$1/3$	0	15000
	0	0	1	$-1/5$	$3/5$	15000
$-\times 300$	1	0	300	-200	0	-9000000

復習: 単体法

基本解を求める

	z	x_1	x_2	x_3	非 x_4	非定数	最大増加量
$-\times \frac{1}{3}$	0	1	$1/3$	$1/3$	0	15000	
	0	0	1	$-1/5$	$3/5$	15000	
$-\times 300$	1	0	300	-200	0	-9000000	

	z	x_1	x_2	x_3	非 x_4	非定数	最大増加量
	0	1	0	$2/5$	$-1/5$	10000	
	0	0	1	$-1/5$	$3/5$	15000	
	1	0	0	-140	-180	-13500000	

正係数を持つ非基底変数は存在しない → 最適解